

## سوالات و پاسخ تشریحی درس آمار و روش تحقیق آزمون دکتری ۹۵ – رشته مدیریت (۱۰۴D)

۵- با در نظر گرفتن معیار قدرت تبیین کنندگی مقیاس اندازه گیری، کدام گزینه صحیح است؟  
(۱) فاصله‌ای (۲) نسبی (۳) اسمی (۴) رتبه‌ای

پاسخ: گزینه «۲»

منبع پاسخگویی: یک آمار DLM، فصل ۱، فلش کارت‌های شماره ۵۱ تا ۵۶

مقیاس نسبی، قوی‌ترین و کامل‌ترین مقیاس در اندازه‌گیری متغیرهاست که همهٔ مشخصات یه مقیاس فاصله‌ای رو داره و علاوه بر اون، نقطه صفر مطلق (واقعی) داره.

نکته (مقایسه مقیاس نسبی با مقیاس‌های پایین‌تر):

- (۱) مقیاس نسبی، متفاوت بودن داده‌ها رو نشان میده ← مثل مقیاس اسمی، ترتیبی و فاصله‌ای
  - (۲) مقیاس نسبی، کمتر یا بیشتر بودن داده‌ها رو نسبت به هم نشان میده ← مثل مقیاس ترتیبی (رتبه‌ای) و فاصله‌ای
  - (۳) مقیاس نسبی، میزان فاصله (اختلاف یا تفاوت) داده‌ها رو از هم نشان میده ← مثل مقیاس فاصله‌ای
  - (۴) مقیاس نسبی دارای صفر قراردادی ← مثل مقیاس فاصله‌ای
  - (۵) مقیاس نسبی دارای صفر مطلقه ← بر خلاف همهٔ مقیاس‌های رسمی، ترتیبی و فاصله‌ای که صفر مطلق ندارند.
  - (۶) مقیاس نسبی در مورد متغیرهای کمی بکار میره ← مثل مقیاس فاصله‌ای
- نتیجه مهم: مقیاس‌ها از اسمی به نسبی، رفته رفته کامل‌تر و قوی‌تر میشن.

متغیرهای کیفی		متغیرهای کمی	
مقیاس اسمی	«مقیاس ترتیبی»	«مقیاس فاصله‌ای»	مقیاس نسبی
ضعیف‌ترین و ساده‌ترین مقیاس		قوی‌ترین و کامل‌ترین مقیاس	

مراتب / مقیاس	ترتیب	فواصل	مبدأ صفر قراردادی	مبدأ صفر مطلق
اسمی (طبقه‌ای)	نداره	نداره	نداره	نداره
ترتیبی (رتبه‌ای)	داره	نداره	نداره	نداره
فاصله‌ای	داره	داره	داره	نداره
نسبی (نسبتی)	داره	داره	داره	داره

## سوالات و پاسخ تشریحی درس آمار و روش تحقیق آزمون دکتری ۹۵ – رشته مدیریت (۱۰۴D)

۸- در یک تحقیق علمی، کدام متغیر اصلی مورد توجه پژوهشگر است و هدف پژوهش تشریح آن است؟  
(۱) تعدیل گر (۲) مداخله گر (۳) مستقل (۴) وابسته

پاسخ: گزینه «۲»

منبع پاسخگویی: یک آمار DLM، فصل ۱، فلش کارت‌های شماره ۶۸ تا ۷۴

متغیرهای لازم برای پژوهش:

(الف) **متغیر خصیصه:** متغیری که مقدارش از به عضو جامعه به عضو دیگره ممکنه فرق داشته باشه.

مثلاً رشته دبیرستان (دوطلبان کنکور ارشد مدیریت و حسابداری) که ممکنه انسانی، تجربی، ریاضی یا زبان باشه، یه متغیر (خصیصه) است.

(ب) **متغیر مستقل (محرک یا درونداد):** stimulus or input variable

متغیری که علت احتمالی متغیر وابسته‌ست، یعنی متغیری که متغیر وابسته، بخاطر اون ایجاد میشه.

مثال خوب درس خوندن که باعث قبولی شما میشه.

در حالت کلی متغیر مستقل رو به عنوان متغیری تعریف میکنن که توسط موفق انتخاب میشه و تحت کنترل او درمیار و مورد سنجش قرار می‌گیره.

(ج) **متغیر وابسته (پاسخ یا پرونداد):** response or output variable

متغیری که معلول احتمالی متغیر مستقله، یعنی متغیری که بخاطر متغیر مستقل ایجاد شده. مثال قبولی شما در کنکور بخاطر خوب درس خوندن

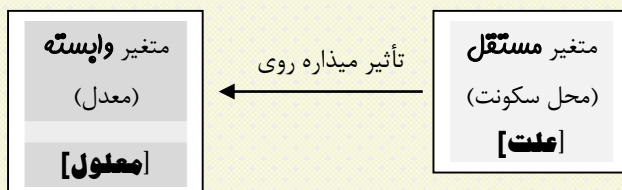
توجه: متغیر وابسته، متغیر اصلی مورد توجه محقق است. متغیر وابسته، مشاهده یا اندازه‌گیری می‌شود تا تأثیر متغیر مستقل بر آن معلوم و مشخص شود.

(د) **متغیر تعدیل کننده (واسطه‌ای):** moderator variable

مثال مفهومی: فرض کنیم می‌خواهیم تأثیر محل سکونت رو بر معدل دانشجویها تحقیق کنیم. برای این کار معدل دانشجویهای روزانه رشته مدیریت رو بدست میاریم. هم چنین می‌دونیم که عده‌ای از دانشجویها، تو خوابگاه و عده‌ای هم خارج از خوابگاه سکونت دارن؛ عده‌ای از دانشجویهای دختر و بقیه پسراند.

تو این تحقیق: محل سکونت دانشجویها (خوابگاه یا خارج از خوابگاه) ← متغیر مستقله.

معدل دانشجویها که مستقیماً تحت تأثیر متغیر مستقل (محل سکونت) است، متغیر وابسته‌ست:



[hossein30848@gmail.com](mailto:hossein30848@gmail.com)

۰۹۱۰۵۹۶۰۷۱۷

تهیه و تنظیم: حسین خدّامی

[www.DLMgroup.ir](http://www.DLMgroup.ir)

مولف فلش کارت‌های آمار، انتشارات تبلور دانش (گروه DLM)

## سوالات و پاسخ تشریحی درس آمار و روش تحقیق آزمون دکتری ۹۵ – رشته مدیریت (۱۰۴D)

متغیری که بنا به فرض مثال، اثر متغیر مستقل بر متغیر وابسته رو تغییر میده، **(تعدیل می‌کنه)**، یعنی جنسیت (دختر و پسر)، متغیر **تعدیل کننده** است، بدین صورت که مثلاً ممکنه تأثیر محل سکونت تو معدل دختران، بیشتر از پسران باشه.

پس حالا می‌تونیم متغیر تعدیل کننده رو تعریف کنیم:

**متغیر تعدیل کننده:** متغیری ثانویست که پژوهشگر (محقق) می‌خواهد تأثیرش رو روی متغیر مستقل اولیه و وابسته بررسی کنه.

**نکته:** متغیر تعدیل کننده تو تحقیق، **اعمال میشه** و ارتباط بین متغیر مستقل و متغیر وابسته رو «تعدیل» می‌کنه، به همین علت بهش متغیر **تعدیل کننده** می‌گیم.

**ه) متغیر کنترل (متغیر مزاحم یا مداخله گر): Control variable**

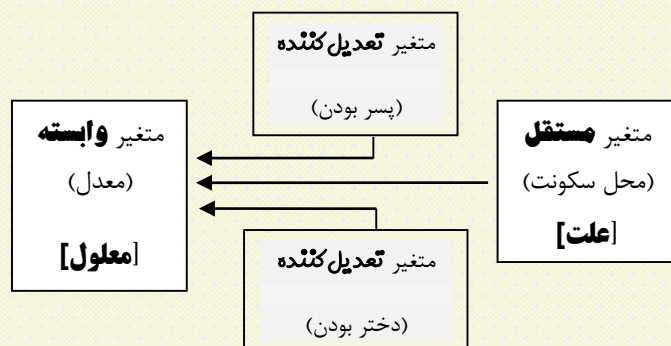
متغیری که لازمه تو تحقیق، تأثیرش خنثی بشه یا از بین بره.

### فرق متغیرهای کنترل و تعدیل کننده:

شاید فکر کنیم کار متغیر کنترل شبیه متغیر تعدیل کننده است، ولی باید توجه کنیم که:

تو تحقیقات، تأثیر متغیرهای تعدیل کننده همیشه **مورد مطالعه قرار می‌گیره**، ولی تأثیر متغیرهای کنترل **خنثی میشه و از بین میره**.

برای مقایسه و درک بهتر این چند تا متغیری که تا به حال یاد گرفتیم، به نمودار زیر با دقت نگاه کنیم.



متغیری که تو طول تحقیق ثابت نگه داشته میشه و **تأثیرش تو طول تحقیق خنثی‌ست**، دانشجوی روزانه رشته مدیریت بودنه که متغیر **کنترل** تحقیق ماست، چون این متغیر هیچ تأثیری روی تحقیق ما **نداره**.

مثلاً اینکه دانشجویی روزانه باشه یا شبانه و یا اینکه رشته **مدیریت** باشه یا **حسابداری** و ... تأثیری روی معدلش (متغیر وابسته) نداره؛ بنابراین میشه گفت که تأثیرش تو تحقیق **خنثی‌ست**.

## سوالات و پاسخ تشریحی درس آمار و روش تحقیق آزمون دکتری ۹۵ – رشته مدیریت (۱۰۴D)

### فرق و شباهت متغیر تعدیل کننده و متغیر مستقل:

**الف) شباهت:** هر دو متغیر، بر دستاوردها و نتایج تحقیق تأثیر می‌ذارن چون هر دو، متغیر وابسته (معدل) رو تحت تأثیر قرار میدن؛ یعنی:

۱. متغیر مستقل، به طور مستقیم متغیر وابسته رو تحت تأثیر قرار میدهد.

۲. متغیر تعدیل کننده، به طور غیر مستقیم (یعنی از طریق تعدیل اثر متغیر مستقل بر متغیر وابسته)، متغیر وابسته رو تحت تأثیر قرار میدهد.

تو مثال قبل هم دیدیم که:

۱. متغیر مستقل (محل سکونت) به طور مستقیم متغیر وابسته (معدل دانشجوی) رو تحت تأثیر قرار می‌داد.

۲. متغیر تعدیل کننده (جنسیت)، به طور غیر مستقیم (یعنی از طریق تعدیل اثر متغیر مستقل (محل سکونت) بر متغیر وابسته (معدل))، متغیر وابسته (معدل) رو تحت تأثیر قرار می‌داد.

**پ) فرقی:** متغیر تعدیل کننده توسط محقق قابل کنترل نیست، یعنی محقق نمی‌تونه متغیر تعدیل کننده رو تحت کنترل دربیاره.

مثلاً تو مثال فیش قبلی، محقق نمی‌تونه جنسیت دانشجویها (پسر یا دختر بودن اونا) رو تحت کنترل قرار بده و اوناو تغییر بده، ولی می‌تونه متغیر مستقل رو کنترل کنه.

مثلاً می‌تونه محل سکونت دانشجو رو از خوابگاه به خارج خوابگاه تغییر بده تا ببینه آیا تغییر متغیر مستقل (محل سکونت) می‌تونه روی متغیر وابسته (معدل وی) تأثیر بذاره یا نه.

**نتیجه:** متغیر مستقل توسط محقق قابل کنترل، ولی متغیر تعدیل کننده غیر قابل کنترل.

## سوالات و پاسخ تشریحی درس آمار و روش تحقیق آزمون دکتری ۹۵ – رشته مدیریت (۱۰۴D)

۹- متغیری که جهت یا میزان رابطه میان متغیرهای مستقل و وابسته را تحت تأثیر قرار می‌دهد، چه نام دارد؟  
(۱) کنترل (۲) تعدیل‌گر (۳) تصادفی (۴) مداخله‌گر

پاسخ: گزینه «۲»

منبع پاسخگویی: یک آمار DLM، فصل ۱، فلش کارت‌های شماره ۶۸ تا ۷۴

برای توضیحات بیشتر به پاسخ کاملاً تشریحی سوال قبل توجه بفرمایید.



## سوالات و پاسخ تشریحی درس آمار و روش تحقیق آزمون دکتری ۹۵ – رشته مدیریت (۱۰۴D)

۱۱- کدام یک از نمودارهای ذیل برای نمایش متغیرهای کیفی کاربرد دارد؟

- (۱) پاره‌تو (۲) جعبه‌ای (۳) شاخه و برگ (۴) هیستوگرام

پاسخ: گزینه «۱»

منبع پاسخگویی: یک آمار DLM، فصل ۶، فلش کارت‌های شماره ۷۷۲، ۷۷۳، ۸۳۱ و ۸۳۴

روش نمایش داده‌ها (یعنی اینکه برای نشون دادن داده‌ها از چه نموداری استفاده کنیم) به نوع مقیاس داده‌ها بستگی دارد، بدین صورت که:

(الف) برای مقیاس‌های کمی (فاصله‌ای و نسبی) از نمودارهای کمی و

(ب) برای مقیاس‌های کیفی (رسمی و رتبه‌ای) از نمودارهای کیفی استفاده می‌کنیم.

می‌بینین چقدر راحت ...

اسمی (طبقه‌ای) > ترتیبی (رتبه‌ای) > فاصله‌ای > نسبی (کسری)	یعنی:
<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div> <p>مقیاس‌های کمی</p> <p>↓</p> <p>استفاده از نمودارهای کمی</p> </div> <div> <p>مقیاس‌های کیفی</p> <p>↓</p> <p>استفاده از نمودارهای کیفی</p> </div> </div>	

مهمترین نمودارهای کمی و کیفی عبارتند از:

<p>(۱) نمودار بافت‌نگار (هیستوگرام یا مستطیلی)</p> <p>(۲) نمودار چند ضلعی (پلی‌گون)</p> <p>(۳) نمودار فراوانی تجمعی (أجایو)</p>	<p>نمودارهای کمی</p> <p>↓</p> <p>(برای داده‌هایی با مقیاس کمی: فاصله‌ای و نسبی)</p>
<p>(الف) شاخه و برگ</p> <p>(ریشه و برگ)</p> <p>(ب) جعبه‌ای</p>	<p>(۴) نمودارهای تحلیل اکتشافی داده‌ها</p>

<p>(۱) نمودار ستونی (میله‌ای)</p> <p>(۲) نمودار دایره‌ای (کلوچ‌ای یا کروی)</p> <p>(۳) نمودار پاره‌تو</p>	<p>نمودارهای کیفی (وصفی)</p> <p>↓</p> <p>(برای داده‌هایی با مقیاس کیفی: اسمی و ترتیبی)</p>
--	--

**(مهم):** نمودار پاره‌تو جزء نمودارهای کیفی (و وصفی) است که از اون برای نمایش داده‌های کیفی با مقیاس کیفی (اسمی و ترتیبی) استفاده میشه.

## سوالات و پاسخ تشریحی درس آمار و روش تحقیق آزمون دکتری ۹۵ – رشته مدیریت (۱۰۴D)

نمودار پاره تو در واقع نوعی نمودار ستونی است که بر روی محور افقی اون، نوع مشاهدات کیفی و بر روی محور عمودی آس هم فراوانی این مشاهدات قرار می گیره

**پیشتر بدانیم:**

نام نمودار پاره تو از نام یه اقتصاددان ایتالیایی: «ویل فردو پاره تو» گرفته شده است. طبق نظریه «پاره تو» در بعضی جامعه ها، بیشتر ثروت (۸۰٪ ثروت) در دست عده کمی از مردم (۲۰٪ مردم) که این، به قانون هشتاد، بیست (۸۰/۲۰) هم معروف شده. این اصل، معمولاً در مورد داده های کیفی (وصفی) به وقوع می پیونده و به همین دلیل که نام پاره تو برای این نمودارها انتخاب شده است.

## سوالات و پاسخ تشریحی درس آمار و روش تحقیق آزمون دکتری ۹۵ – رشته مدیریت (۱۰۴D)

۱۲- مُد و میانه یک جامعه آماری به ترتیب ۱۰۰ و ۱۲۰ است. اگر جامعه از چولگی معقولی برخوردار باشد، میانگین آن چقدر است؟

۱۱۰ (۱)      ۱۲۰ (۲)      ۱۳۰ (۳)      ۲۲۰ (۴)

پاسخ: گزینه «۳»

منبع پاسخگویی: یک آمار DLM، فصل ۵، فلش کارت‌های شماره ۷۳۳ تا ۷۳۶

توضیحات مقدماتی:

اگر منحنی یک توزیع، دارای چولگی شدید نباشد و به عبارت دیگر اگر چولگی خفیف، متعادل (معقول) یا ضعیف باشد، آن وقت دو فرمول ضریب چولگی اول و دوم پیرسون باهم برابر می‌شوند، یعنی استفاده از هر یک از این دو فرمول، تقریباً ما رو به جواب یکسانی می‌رسونه، یعنی:

$$\frac{\mu - MO}{\delta} \simeq \frac{3(\mu - Md)}{\delta} \Rightarrow SK_1 \simeq SK_2 \Rightarrow \text{اگر چولگی خفیف، متعادل، معقول و ضعیف باشد}$$

در دو کسر بالا چون مخرجها باهم برابرند (هر دو  $\delta$  هستند) و این دو کسر هم تقریباً با هم برابرند، پس نتیجه می‌گیریم که صورتهای این دو کسر هم بایستی تقریباً باهم برابر باشند، یعنی:

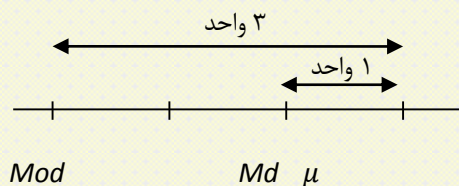
رابطه تجربی سه معیار مرکزی:

$$\mu - MO \simeq 3(\mu - Md) \Rightarrow \text{میانه} - \text{میانگین} \simeq 3(\text{مُد} - \text{نما})$$

پناه‌آوری: علامت  $\simeq$  به معنای تقریب (یعنی تقریباً مساوی با ...)

توجه: رابطه بالا به این معنیست که موقعیت مکانی  $\mu$ ،  $MO$  و  $Md$  بر روی محور  $X$ ها، جورى است که همیشه فاصله  $\mu$  تا  $MO$  سه برابر فاصله  $\mu$  تا  $Md$  است.

یعنی اگر فاصله  $\mu$  تا  $Md$  رو یک واحد فرض کنیم، آنگاه فاصله  $\mu$  تا  $MO$ ، سه برابر اونه، یعنی ۳ واحد:



نکته: در برخی از کتابها و تست‌های کنکور بجای  $\mu$  از نماد  $\bar{X}$  استفاده می‌کنند، در نتیجه رابطه ما بصورت زیر درمیايد:

$$\bar{X} - MO \simeq 3(\bar{X} - Md)$$



## سوالات و پاسخ تشریحی درس آمار و روش تحقیق آزمون دکتری ۹۵ – رشته مدیریت (۱۰۴D)

**نکته ۲ (مهم):** همیشه در حل تستها بخاطر بسپاریم که این دو تساوی، همیشه با میانگین ( $\mu$  یا  $\bar{X}$ ) شروع میشن (از چپ به راست)، بنابراین اگه در تستها به گزینه‌هایی مانند گزینه‌های زیر برخورد کردید، بلافاصله اونها رو حذف کنین:

$$\begin{array}{l} \text{غلط} \quad \text{غلط} \\ \textcircled{MO} - \mu \simeq 3(\textcircled{Md} - \mu) \rightarrow \text{غلط} \\ \textcircled{Md} - MO \simeq 3(\mu - Md) \rightarrow \text{غلط} \\ \text{غلط} \end{array}$$

### نکته ۳ (مهم):

این را هم بخاطر داشته باشیم که چون  $\mu$  و  $MO$  در توزیعهای نامتقارن همیشه در دو نقطه مقابل هم (یکی در سمت راست و دیگری در سمت چپ توزیع) قرار می‌گیرند، بنابراین همیشه فاصله  $\mu$  از  $MO$  قاعدتاً باید بیشتر از فاصله  $\mu$  تا  $Md$  باشه که اگه بخواهیم دقیق بگیم، فاصله  $\mu$  از  $MO$  بایستی تقریباً سه برابر فاصله  $\mu$  تا  $Md$  باشه؛

در نتیجه همیشه در تستها باید عدد ۳ رو در کنار عبارت کوچکتر یعنی در کنار  $\mu - Md$  ببینید، یعنی بصورت  $3(\mu - Md)$  و نه در کنار عبارت بزرگتر (یعنی نه در کنار  $\mu - MO$ )

بنابراین اگه در تستها گزینه‌هایی مثل گزینه‌های زیر رو دیدین، سریع اونها رو حذف کنین:

$$\mu - Md = 3(\mu - MO) \rightarrow \text{غلط}$$

خب، حالا بعد از این توضیحات، میریم سراغ حل این تست:

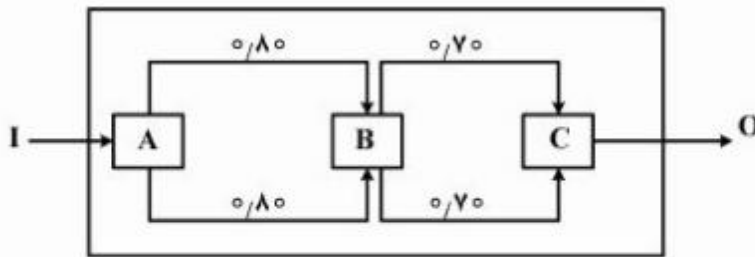
$$\left\{ \begin{array}{l} \mu = ? : \text{میانگین} \\ MO = 100 : \text{مُد} \\ Md = 120 : \text{میانه} \end{array} \right. \quad \text{با توجه به رابطه تجربی پیرسون داریم:}$$

$$\mu - MO \simeq 3(\mu - Md) \Rightarrow \mu - 100 \simeq 3(\mu - 120) \Rightarrow$$

$$\mu - 100 \simeq 3\mu - 360 \Rightarrow -100 + 360 = 3\mu - \mu \Rightarrow 260 = 2\mu \Rightarrow \boxed{\mu = 130}$$

## سوالات و پاسخ تشریحی درس آمار و روش تحقیق آزمون دکتری ۹۵ – رشته مدیریت (۱۰۴D)

۱۳- سیستم زیر را در نظر بگیرید:



نهاده سیستم I و ستانده آن O می باشد. اعداد روی مسیرها احتمال فعال بودن مسیرها را نشان می دهد. با فرض مستقل بودن مسیرها، احتمال تبدیل I به O چقدر است؟

- ۱) ۰/۹۸۸ (۱)      ۲) ۰/۹۳۲۶ (۲)      ۳) ۰/۸۷۳۶ (۳)      ۴) ۰/۵۶ (۴)

پاسخ: گزینه «۳»

منبع پاسخگویی: یک آمار DLM، فصل ۹، فلش کارتهای شماره ۱۲۶۶ تا ۱۲۸۴

سیستمها یا مدارهای ترکیبی: مدارهایی هستند که از ترکیب مدارهای سری و موازی تشکیل شدهاند.

روش حل این جور تستها:

در مدارهای ترکیبی مثل این سؤال، اولین کار اینه که مدار رو تا جایی که امکان داره، واسه خودمون ساده کنیم، یعنی اونو از حالت مدار ترکیبی خارج کنیم تا فقط به صورت سری دربیاد یا فقط به صورت موازی.

مثل مدار ترکیبی این سوال که از ترکیب ۲ مدار موازی (A به B و B به C) و ۱ مدار سری (از A به C) تشکیل شده (که البته این مدار سری، وقتی که ما دو مدار موازی قبلی را با هم ترکیب کنیم تا به یک مدار سری تبدیل بشن).

با توجه به شکل بالا برای اینکه جریان از A به C برقرار بشه، باید:

اولاً: جریان از A به B برقرار باشه «و» ثانیاً: جریان از B به C برقرار باشه.

یعنی می تونیم بنویسیم:

$$P\left(\begin{matrix} \text{برقراری ارتباط} \\ \text{بین A و C} \end{matrix}\right) = P\left(\begin{matrix} \text{برقراری ارتباط} \\ \text{بین B و A} \end{matrix}\right) \text{ «و» } P\left(\begin{matrix} \text{برقراری ارتباط} \\ \text{بین B و C} \end{matrix}\right) = P\left(\begin{matrix} \text{برقراری ارتباط} \\ \text{بین B و A} \end{matrix}\right) \times P\left(\begin{matrix} \text{برقراری ارتباط} \\ \text{بین B و C} \end{matrix}\right)$$

$$\Downarrow$$

$$P\left(\begin{matrix} \text{برقراری ارتباط بین A و C} \end{matrix}\right) = P(AB) \times P(BC)$$

خب، حالا اول باید تک تک این احتمالات رو حساب کنیم و در آخر سر، اونو رو در هم ضرب کنیم:

گام اول:

## سوالات و پاسخ تشریحی درس آمار و روش تحقیق آزمون دکتری ۹۵ – رشته مدیریت (۱۰۴D)

**الف) محاسبه احتمال برقراری ارتباط بین A و B (مدار موازی):**

تو به مدار موازی، جریان موقعی برقرار میشه که حداقل یکی از کلیدها وصل باشه:

$$\xRightarrow{\text{متمم گیری}} 1 - \left( \text{هیچ کدوم از این ۲ کلید، وصل نباشن} \right) = P \left( \begin{array}{c} \text{برقراری ارتباط} \\ \text{بین } A \text{ و } B \end{array} \right) = P(AB) = P \left( \begin{array}{c} \text{حداقل یکی از این ۲ کلید} \\ \text{وصل باشه} \end{array} \right)$$

$$P \left( \begin{array}{c} \text{برقراری ارتباط} \\ \text{بین } A \text{ و } B \end{array} \right) = P(AB) = 1 - (0/2 \times 0/2) = 1 - 0/4 = \boxed{0/96}$$

**ب) محاسبه احتمال برقراری ارتباط بین B و C (مدار موازی):**

تو به مدار موازی، جریان موقعی برقرار میشه که حداقل یکی از کلیدها وصل باشه:

$$\xRightarrow{\text{متمم گیری}} 1 - \left( \text{هیچ کدوم از این ۲ کلید، وصل نباشن} \right) = P \left( \begin{array}{c} \text{برقراری ارتباط} \\ \text{بین } B \text{ و } C \end{array} \right) = P(BC) = P \left( \begin{array}{c} \text{حداقل یکی از این ۲ کلید} \\ \text{وصل باشه} \end{array} \right)$$

$$P \left( \begin{array}{c} \text{برقراری ارتباط} \\ \text{بین } B \text{ و } C \end{array} \right) = P(BC) = 1 - (0/3 \times 0/3) = 1 - 0/9 = \boxed{0/91}$$

**گام ۴ خلاصه کردن شکل مدار:**

با توجه به احتمال‌هایی که تو گام (۱) حساب کردیم، با ترکیب این دو مدار موازی، می‌تونیم مدارمون رو به شکل یه مدار **سری** دربیاریم (از A به C):

چون مدار A به C یه مدار سری است، پس جریان از A به C فقط زمانی برقرار میشه که همه کلیدها وصل باشن، یعنی:

$$P \left( \begin{array}{c} \text{برقراری ارتباط} \\ \text{بین } A \text{ و } C \end{array} \right) = P(AC) = P \left( \begin{array}{c} \text{کلید دوم} \\ \text{«و»} \\ \text{هم وصل باشه} \end{array} \right)$$

$$P(AC) = P \left( \begin{array}{c} \text{کلید اول} \\ \text{وصل} \end{array} \right) \times P \left( \begin{array}{c} \text{کلید دوم} \\ \text{وصل} \end{array} \right) = P(AB) \times P(BC) = 0/96 \times 0/91 = 0/8736$$

پس احتمال برقراری ارتباط بین A و C (یا طبق صورت سوال، احتمال تبدیل A به O) برابره با:

$$P \left( \begin{array}{c} \text{برقراری ارتباط بین } A \text{ و } C \end{array} \right) = 0/8736$$

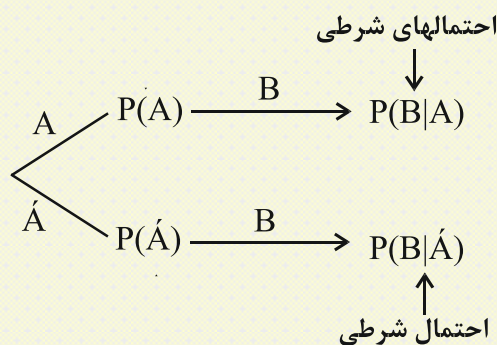
## سوالات و پاسخ تشریحی درس آمار و روش تحقیق آزمون دکتری ۹۵ – رشته مدیریت (۱۰۴D)

۱۴- دو درصد از تولیدات یک خط تولید معیوب‌اند. اگر دستگاه کنترل خط تولید، به درستی ۹۰ درصد کالاهای واقعاً معیوب را معیوب و اشتباهاً یک درصد از کالاهای سالم را معیوب تشخیص دهد. احتمال آنکه یک کالا توسط دستگاه کنترل خط، معیوب تشخیص داده شود، کدام است؟

- (۱) ۰/۱۱۶ (۲) ۰/۰۰۹۸ (۳) ۰/۰۲۷۸ (۴) ۰/۱۹۶

پاسخ: گزینه «۳»

منبع پاسخگویی: یک آمار DLM، فصل ۱۰، فلش کارتهای شماره ۱۳۵۹ تا ۱۳۶۵



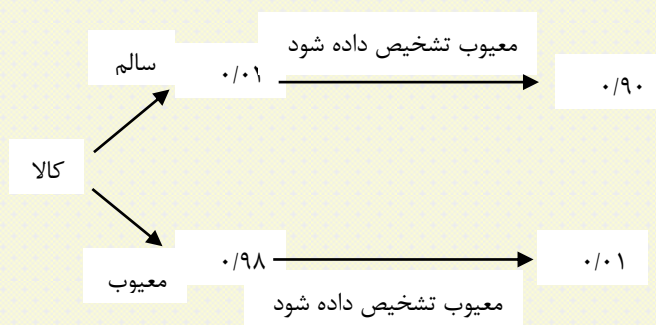
فرمول احتمال کل:

تو نمودار درختی بالا: اگه از ما مقدار  $P(B)$  رو بخوان باید از فرمول احتمال کل استفاده کنیم:

$$P(B) = \underbrace{P(A)P(B|A)}_{\text{شاخه بالایی}} + \underbrace{P(\bar{A})P(B|\bar{A})}_{\text{شاخه پائینی}}$$

احتمال کل:  $P(B)$

گام ۱) رسم نمودار درختی: خوب، با توجه به اطلاعات داده شده در صورت سوال، می‌تونیم نمودار زیر رو رسم کنیم:



گام ۲) محاسبه احتمال کل با استفاده از نمودار درختی:

$$P(\text{کالا معیوب تشخیص داده بشه}) = P(\text{سالم باشه و ولی معیوب تشخیص داده بشه}) + P(\text{معیوب باشه و معیوب هم تشخیص داده بشه})$$



## سوالات و پاسخ تشریحی درس آمار و روش تحقیق آزمون دکتری ۹۵ – رشته مدیریت (۱۰۴D)

$$= \left( \frac{0.02 \times 0.09}{\text{شاخه بالایی}} \right) + \left( \frac{0.98 \times 0.01}{\text{شاخه پائینی}} \right) \Rightarrow 0.0018 + 0.0098 = 0.0278$$

$$P(\text{کالا معیوب تشخیص داده بشه}) = 0.0278 \xrightarrow{\text{بر حسب درصد}} 2.78\% \text{ یا } 2/78 \text{ درصد}$$

۱۵- ۹۰ درصد کارکنان یک شرکت باسوادند، اگر ۳ نفر از کارکنان این شرکت به تصادف انتخاب شود احتمال آنکه

حداقل یک نفر باسواد باشد کدام است؟

۰/۹۹۹ (۴)

۰/۹۸۳ (۳)

۰/۹۸۰ (۲)

۰/۹۷۲ (۱)

پاسخ: گزینه «۴»

منبع پاسخگویی: یک آمار DLM، فصل ۱۶، فلش کارت‌های شماره ۱۸۴۶ تا ۱۸۴۹

گام ۱) تشخیص نوع توزیع احتمال:

احتمال در هر بار انتخاب ثابت (۹۰ درصد) ← پس آزمایش ما از نوع برنولی است.

و چون این آزمایش (انتخاب کارکنان)، بیش از یکبار تکرار شده، یعنی  $n = 3$  بار (انتخاب ۳ نفر) ← پس توزیع ما از نوع دوجمله‌ای است.

$$\text{احتمال ثابت: } \begin{cases} p(\text{با سواد}) = 0.90 \\ p(\text{بی سواد}) = 0.10 \end{cases}$$

گام ۲) مشخص کردن  $n$ ،  $p$  و  $x$ : در صورت سؤال از ما خواسته:

«احتمال اینکه از این ۳ نفر انتخابی، حداقل یک نفر باسواد باشد»

موفقیت  $n = 3$

$$\text{احتمال باسواد بودن} = p = 0.90 \rightarrow q = 1 - 0.90 = 0.10$$

$X: 0, 1, 2, 3$ : تعداد موفقیت‌ها: تعداد افراد باسواد از بین  $n = 3$  لامپی انتخاب شده

گام ۳) محاسبه احتمال خواسته شده:

در توزیع دوجمله‌ای، احتمال وقوع حداقل ۱ موفقیت در  $n$  بار آزمایش بصورت زیر خواهد بود:

$$x = 0, 1, 2, \dots, n \text{ : تعداد موفقیت‌ها}$$

$x = 0$ : عدم موفقیت

$x \geq 1$ : ۱) موفقیت یا بیشتر) حداقل ۱ موفقیت

اگر بخواهیم به شیوه معمولی، احتمال رو حساب کنیم، باید همه احتمالاتی که زیر رو حساب و با هم جمع کنیم:

[hossein30848@gmail.com](mailto:hossein30848@gmail.com)

۰۹۱۰۵۹۶۰۷۱۷

تهیه و تنظیم: حسین خدّامی

[www.DLMgroup.ir](http://www.DLMgroup.ir)

مولف فلش کارت‌های آمار، انتشارات تیلور دانش (گروه DLM)



## سوالات و پاسخ تشریحی درس آمار و روش تحقیق آزمون دکتری ۹۵ – رشته مدیریت (۱۰۴D)

$$p_{X \geq 1} = p_{X=1} + p_{X=2} + p_{X=3} + \dots + p_{X=n}$$

بنابراین در این گونه مسائل (یعنی موقعی که عبارت حداقل یکی رو تو صورت سوال می بینیم) بهتره که از روش متمم-گیری استفاده کنیم:

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) \rightarrow p_{X \geq 1} = 1 - q^n$$

حداقل ۱ موفقیت                      عدم موفقیت

**توضیح:** برای محاسبه  $p_{X=0}$  در توزیع دوجمله ای، از رابطه زیر استفاده کنیم:

$$p_{X=x} = \binom{n}{x} p^x q^{n-x} \quad x=0 \Rightarrow p_{X=0} = \binom{n}{0} p^0 q^{n-0} \Rightarrow p_{X=0} = q^n$$

**نکته کلیدی مهم:** پس هر وقت تو تست ها، از ما احتمال وقوع حداقل ۱ موفقیت رو خواستن، دیگه از روش معمولی،

$$p_{X \geq 1} = 1 - q^n$$

احتمال رو حساب نمی کنیم، بلکه خیلی زود، تند، سریع می نویسیم:

بنابراین برای حل این سوال، باید بنویسیم:

$$p_{X \geq 1} = 1 - q^n \Rightarrow 1 - (.1)^3 = 1 - 0.001 = 0.999$$

## سوالات و پاسخ تشریحی درس آمار و روش تحقیق آزمون دکتری ۹۵ – رشته مدیریت (۱۰۴D)

۱۶- اگر  $x$  دارای توزیع نرمال با میانگین  $\mu$  و واریانس  $\sigma^2$  و در توزیع نرمال استاندارد  $P(Z > 1/96) = 0.025$  باشد، آنگاه  $P(\mu - 1/96\sigma < x < \mu)$  برابر است با:

- ۰/۹۵ (۱)      ۰/۴۵ (۲)      ۰/۴۷۵ (۳)      ۰/۹۷۵ (۴)

پاسخ: گزینه «۳»

منبع پاسخگویی: یک آمار DLM، فصل ۱۸، فلش کارت‌های شماره ۲۱۵۳ و ۲۱۶۸

$$x \sim N \left\{ \begin{matrix} \mu \\ \sigma^2 \end{matrix} \right., \quad p \quad \mu - 1/96\sigma < x < \mu = ?$$

گام اول (محاسبه  $z$  متناظر با  $x$ ):

$$p \quad \mu - 1/96\sigma < x < \mu = p \left( \frac{\mu - 1/96\sigma - \mu}{\sigma} < \frac{x - \mu}{\sigma} < \frac{\mu - \mu}{\sigma} \right) \rightarrow p \left( \frac{-1/96\sigma}{\sigma} < z < \frac{0}{\sigma} \right) = p \quad -1/96 < z < 0$$

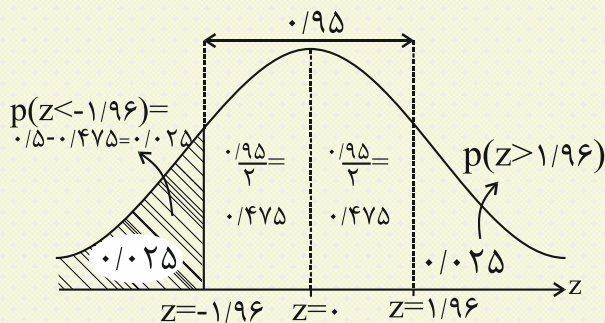
گام دوم (محاسبه احتمال): در صورت سوال گفته شده که:  $p \quad z > 1/96 = 0.025$

توجه کنید که با توجه به شکل زیر، چون توزیع  $Z$  به توزیع متقارن، پس:

$$p \quad z > 1/96 = p \quad z < -1/96 = 0.025$$

$$p \quad -1/96 < z < 0 = 0.5 - 0.025 = 0.475$$

بنابراین:



## سوالات و پاسخ تشریحی درس آمار و روش تحقیق آزمون دکتری ۹۵ – رشته مدیریت (۱۰۴D)

۱۷- واریانس نمرات رضایت شغلی در جامعه ۲۲۵ است. در صورتی که بخواهیم انحراف معیار میانگین نمونه‌های تصادفی حداکثر ۳ باشد، حداقل حجم نمونه چقدر است؟

۷۵ (۴)

۵۰ (۳)

۲۵ (۲)

۱۵ (۱)

پاسخ: گزینه «۲»

منبع پاسخگویی: آمار ۲ (تذکر: با توجه به اینکه بیشتر سوالات کنکور ارشد و دکتری، مربوط به آمار ۱ می باشد، لذا تمرکز یک آمار بیشتر بر روی آمار ۱ است، بنابراین برای پاسخگویی به سوالاتی که مربوط به آمار ۲ است، از منابع مربوط به آمار ۲ استفاده می شود، از جمله کتاب آقای عادل آذر).

در صورت سوال بیان شده که انحراف معیار میانگین نمونه برابر ۳ است:

$$\delta(\bar{x}) = 3 \Rightarrow \frac{\delta}{\sqrt{n}} = 3 \xrightarrow{\text{طرفین را به توان ۲ می رسانیم}} \frac{\delta^2}{n} = 9 \Rightarrow \frac{225}{n} = 9 \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}}$$

$$225 = 9n \Rightarrow n = \frac{225}{9} \Rightarrow \boxed{n = 25}$$

## سوالات و پاسخ تشریحی درس آمار و روش تحقیق آزمون دکتری ۹۵ – رشته مدیریت (۱۰۴۵)

۱۸- فرض کنید که بدانیم تعداد اقلام تولیدشده در یک کارخانه در طول یک هفته متغیر تصادفی با میانگین ۵۰ و واریانس ۲۵ باشد، در این صورت احتمال این که تولید هفتگی بین ۴۰ و ۶۰ باشد چقدر است؟  
(۱) حداکثر ۷۵٪ (۲) حداقل ۷۵٪ (۳) حداکثر ۲۵٪ (۴) حداقل ۲۵٪

پاسخ: گزینه ۲

منبع پاسخگویی: یک آمار DLM، فصل ۱۸، فلش کارت‌های شماره ۲۰۷۴ تا ۲۰۸۵

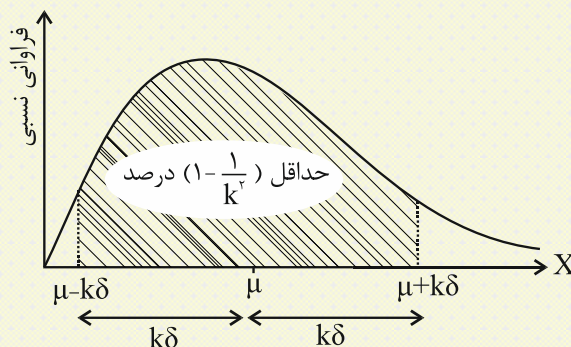
تعریف قضیه چی‌بی‌شف:

اگر مقادیر  $x_1, x_2, \dots, x_N$  (که همگی مقادیری نامنفی هستند:  $x_i \geq 0$ )، مشاهده از جامعه‌ای پیوسته و غیرنرمال (توزیع نامعلوم) با میانگین  $\mu$  و واریانس  $\delta^2$  باشند، اون وقت حداقل  $(1 - \frac{1}{k^2})$  درصد از مشاهدات در دامنه (یا فاصله)  $k$  انحراف معیار از میانگین  $(\mu \pm k\delta)$  قرار دارن (که البته  $k$  بزرگتر یا مساوی ۱ است:  $k \geq 1$ ):

$$P(\mu - k\delta \leq x \leq \mu + k\delta) \geq 1 - \frac{1}{k^2}$$

حداقل

نمایش هندسی قضیه چی‌بی‌شف بصورت زیره:



**نکته مهم:** می‌دونیم که کلمه «حداقل» به مفهوم بزرگتر یا مساویه ( $\geq$ )، بنابراین باتوجه به اینکه در قضیه چی‌بی‌شف از کلمه «حداقل» استفاده شده، پس در عبارت زیر، ما باید از علامت بزرگتر یا مساوی ( $\geq$ ) استفاده کنیم

$$P(\mu - k\delta \leq x \leq \mu + k\delta) \geq 1 - \frac{1}{k^2}$$

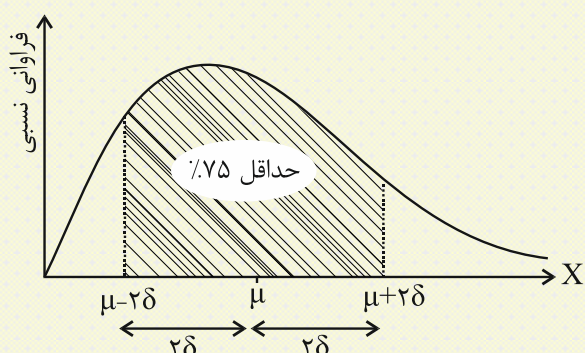
حداقل

$$1 - \frac{1}{k^2} \xrightarrow{k=2} 1 - \frac{1}{2^2} \Rightarrow 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} = 0.75 = 75\% \quad \text{مثلاً اگر } k=2 \text{ باشد:}$$

یعنی در هر نوع توزیعی (نرمال یا غیرنرمال)، حداقل ۷۵٪ از مشاهدات، در فاصله  $k=2$  انحراف معیار از میانگین  $(\mu \pm 2\delta)$  قرار دارن:

$$P(\mu - k\delta \leq x \leq \mu + k\delta) \geq 1 - \frac{1}{k^2} \xrightarrow{k=2} \text{درصد } 75\% \quad P(\mu - 2\delta \leq x \leq \mu + 2\delta) \geq 75\%$$

## سوالات و پاسخ تشریحی درس آمار و روش تحقیق آزمون دکتری ۹۵ – رشته مدیریت (۱۰۴D)



خب، حالا بعد از این توضیحات مقدماتی، میریم سراغ حل این سوال:

**تشخیص نوع مسئله:** هر وقت در صورت سؤال، عبارت «جامعه غیر نرمال» رو دیدیم و

یا تو گزینه‌ها کلمه «حداقل» یا «حداکثر» رو دیدیم (مثل این سؤال)، باید سریع بفهمیم که مسئله ما مربوط به قضیه «چی بی شفه».

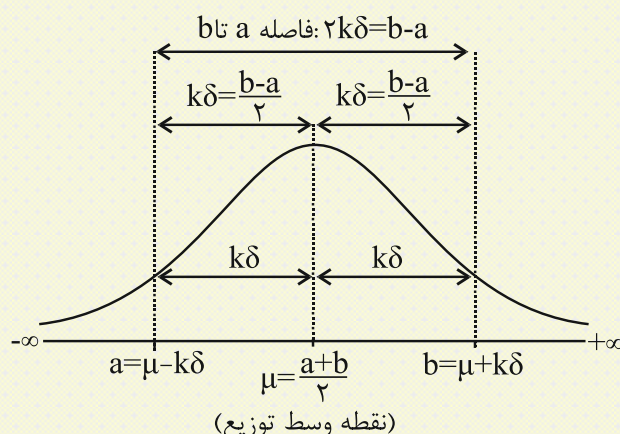
**توضیح:** در مسائل کاربردی چی بی شفه، باتوجه به نوع سؤال، ما با ۳ حالت روبرو هستیم که این تست، مربوط به حالت اول است:

**حالت اول:** اگه مسئله از ما احتمال رو بخواد (به صورت حداقل یا حداکثر درصد مشاهدات)، اون وقت باید ۲ گام زیر رو طی کنیم:

**گام ۱) بدست آوردن مقدار k:** باتوجه به اینکه درحالت اول، مسئله به ما مقدار  $\mu$ ،  $\delta$  و یه بازه رو که به صورت  $(\mu - k\delta$  و  $\mu + k\delta)$  است، میده، پس ما می‌تونیم مقدار  $k$  رو از رابطه زیر بدست بیاریم

(برای بخاطر سپردن این رابطه سعی کنین از شکل کمک بگیرین تا هیچ وقت یادتون نره):

$$\left( \frac{\mu - k\delta}{a} \text{ و } \frac{\mu + k\delta}{b} \right) \rightarrow \boxed{k\delta = \frac{b-a}{2} = b \text{ تا } a \text{ نصف فاصله}}$$



**گام ۲) محاسبه احتمال خواسته شده:** که بنا به درخواست مسئله به صورت حداقل  $\frac{1}{k^2}$  - و یا حداکثر  $\frac{1}{k^2}$  خواهد بود.



## سوالات و پاسخ تشریحی درس آمار و روش تحقیق آزمون دکتری ۹۵ – رشته مدیریت (۱۰۴D)

خب، تو این سوال با حالت اول روبرو هستیم، چون همون طور که می بینیم به ما مقدار  $\mu$ ،  $\delta$  و یه بازه  $(40, 60)$  رو داده و از ما احتمال

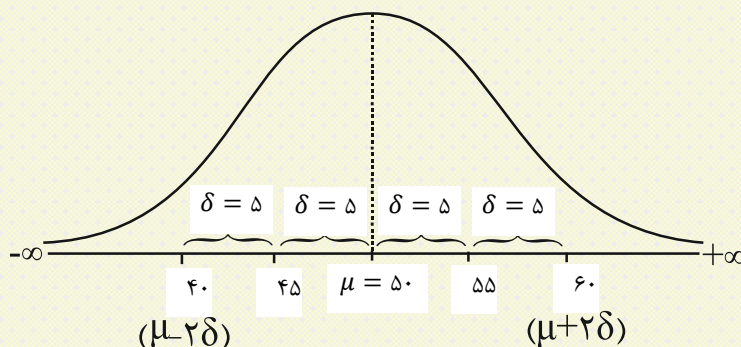
$$\begin{cases} \mu = 50 \\ \delta^2 = 25 \rightarrow \delta = 5 \\ P(40 < x < 60) = ? \end{cases} \quad \text{رو می خواد:}$$

**نکته مهم:** خب، اصلاً از کجا بفهمیم که این سؤال مربوط به قضیه چی بی شفه؟ ... جواب خیلی ساده ست: از روی کلمه «**حداقل**» که تو صورت سؤال اومده.

**محاسبه k:** برای محاسبه  $k$  راحت ترین راه اینه که باتوجه به داده های مسئله، اول بیائیم، یه شکل برای خودمون بکشیم و تو اون، از  $\mu$  به اندازه  $k\delta$  به چپ و راست بریم.

مثلاً تو این سؤال،  $\mu = 50$  است و  $\delta = 5$ ، بنابراین ما در شکل زیر، اول جای  $\mu = 50$  رو مشخص می کنیم و بعد ۵ واحد، ۵ واحد (یعنی به اندازه مقدار انحراف معیار)، از میانه گین، به سمت راست و چپ بریم، تا جایی که به بازه داده شده در صورت سؤال برسیم، یعنی به  $(40, 60)$ .

خب، باکمی دقت متوجه می شیم که با حرکت به اندازه  $k=2$  انحراف معیار به طرفین  $\mu$ ، ما به بازه  $(40, 60)$  می رسیم، پس نتیجه می گیریم که  $k=2$  است (بدون نیاز به حفظ و استفاده کردن از هیچ فرمولی):



**گام ۲) محاسبه احتمال خواسته شده**

$$P(16 < x < 32) \xrightarrow{\text{باتوجه به شکل و } k=2} P(\mu - 2\delta \leq x \leq \mu + 2\delta) \underset{\text{حداقل}}{\geq} 1 - \frac{1}{k^2}$$

$$1 - \frac{1}{k^2} \xrightarrow{k=2} 1 - \frac{1}{2^2} \Rightarrow 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \text{ یا } 75\% \quad \text{خب، چون } k=2 \text{ است، پس:}$$

$$P(16 < x < 32) = P(\mu - 2\delta \leq x \leq \mu + 2\delta) \geq 75\% \quad \text{در نتیجه:}$$

یعنی احتمال اینکه تولید هفتگی این کارخانه، بین ۴۰ تا ۶۰ واحد کالا باشه، حداقل ۷۵ درصده.

## سوالات و پاسخ تشریحی درس آمار و روش تحقیق آزمون دکتری ۹۵ – رشته مدیریت (۱۰۴D)

$x_i$	-1	0	1	2
$f(x_i)$	0/30	0/20	0/40	0/10

۱۹- از توزیع آماری:

یک نمونه تصادفی ۲ تایی مستقل از همدیگر انتخاب شده است. احتمال اینکه میانگین نمونه صفر باشد، چقدر است؟

(۱) ۰/۹۰  
(۲) ۰/۵۴  
(۳) ۰/۲۸  
(۴) ۰/۲۰

پاسخ: گزینه «۳»

منبع پاسخگویی: یک آمار DLM؛ فصل ۹؛ فلش کارتهای شماره ۱۱۳۴ و ۱۱۳۵

برای پاسخ دادن به این سوال، اول باید صورت سوال رو خوب تجزیه و تحلیل کنیم:

در صورت سوال گفته، یک نمونه تصادفی ۲ تایی، یعنی  $x_1, x_2$ ، که از ما خواسته میانگینش رو حساب کنیم، یعنی باید

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2}{2} \text{ رو حساب کنیم. که احتمال میانگین این نمونه ۲ تایی برابره با: } P(\bar{X}) = P\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right)$$

مسئله گفته که احتمال اینکه میانگین این نمونه، صفر باشد چقدر است، یعنی:

$$P(\bar{x} = 0) = ? \Rightarrow P\left(\frac{x_1 + x_2}{2} = 0\right) = ?$$

برای اینکه کسر  $\frac{x_1 + x_2}{2}$  صفر شود، باید صورت این کسر صفر باشد، یعنی:  $x_1 + x_2 = 0$ ، بنابراین ما کافیه که تنها احتمال زیر را بدست

$$P\left(\frac{x_1 + x_2}{2} = 0\right) = P(x_1 + x_2 = 0) = ?$$

بیاریم:

خب، با توجه به دانش ریاضی مان می‌دونیم که حاصل جمع  $x_1, x_2$  زمانی صفر میشه که یکی از ۳ حالت زیر پیش بیاد:

۱. یا هر دو، صفر باشند:  $x_1 = 0$  و  $x_2 = 0$

۲. یا  $x_1 = -1$  و  $x_2 = +1$  باشد.

۳. یا  $x_1 = +1$  و  $x_2 = -1$  باشد.

با توجه به اینکه در بحث احتمالات، حرف «یا» به معنای اجتماع است، پس برای محاسبه احتمال، ما باید حاصل سه احتمال بالا را حساب کرده و آنها را باهم جمع بزنیم.

**توجه:** از اون جایی که تو صورت سوال، گفته که این نمونه تصادفی ۲ تایی، مستقل از هم اند، پس برای حساب کردن هر یک از این ۳ احتمال فوق، باید از قانون ضرب احتمالات استفاده کنیم، یعنی:

$$P\left(\frac{x_1 + x_2}{2} = 0\right) = P(x_1 + x_2 = 0) = ?$$

با توجه به اصل جمع

$$\Rightarrow P(x_1 = 0, x_2 = 0) + P(x_1 = -1, x_2 = +1) + P(x_1 = +1, x_2 = -1)$$

## سوالات و پاسخ تشریحی درس آمار و روش تحقیق آزمون دکتری ۹۵ – رشته مدیریت (۱۰۴D)

با توجه به استقلال متغیرها و قانون ضرب احتمالات

$$P(x_1 = \cdot) P(x_2 = \cdot) + P(x_1 = -1) P(x_2 = +1) + P(x_1 = +1) P(x_2 = -1)$$

با توجه به احتمالات نوشته شده در جدول توزیع احتمال در صورت سوال، می‌تونیم حاصل عبارت فوق را بدست بیاریم:

$$(\cdot/2 \times \cdot/2) + (\cdot/3 \times \cdot/4) + (\cdot/4 \times \cdot/3) = \cdot/4 + \cdot/12 + \cdot/12 = \cdot/4 + \cdot/24 \Rightarrow$$

$$P\left(\frac{x_1 + x_2}{2} = \cdot\right) = P(x_1 + x_2 = \cdot) = \boxed{\cdot/28}$$

## سوالات و پاسخ تشریحی درس آمار و روش تحقیق آزمون دکتری ۹۵ – رشته مدیریت (۱۰۴D)

۲۰- کدام یک از فرضیات آماری زیر درست است؟

(۲)  $H_1: \mu \geq 10$  و  $H_0: \mu \leq 10$

(۱)  $H_1: \mu < 10$  و  $H_0: \mu > 10$

(۴)  $H_1: \mu < 10$  و  $H_0: \mu \geq 10$

(۳)  $H_1: \mu < 10$  و  $H_0: \mu \neq 10$

پاسخ: گزینه «۴»

منبع پاسخگویی: آمار ۲، عادل آذر و منصور مومنی

برای نوشتن فرضهای آماری (فرض اولیه یا صفر  $H_0$ : و فرض مقابل:  $H_1$ ) همیشه باید طوری عمل کنیم که:

عبارت شامل مساوی، در فرض صفر قرار بگیرد، یعنی فرض صفر باید همیشه بصورت «مساوی»: «=» یا «بزرگتر

مساوی»: « $\geq$ » یا «کوچکتر مساوی»: « $\leq$ » باشد.

و عباراتی را که شامل مساوی نیستند را در فرض مقابل قرار دهیم، یعنی عبارات «نامساوی»: « $\neq$ »، «بزرگتر: « $>$ » و

«کوچکتر: « $<$ » باید در فرض قرار گیرند.

با همین نکته می‌تونیم گزینه های ۱، ۲ و ۳ را حذف کنیم. زیرا:

✚ در گزینه ۱، فرض صفر شامل مساوی نیست.

✚ در گزینه ۲ فرض مقابل شامل مساوی است که این غلط است.

✚ در گزینه ۳ هم فرض صفر شامل مساوی نیست که این هم غلط است.

✓ پس تنها یک گزینه باقی می‌ماند که گزینه صحیح است (گزینه ۴) که در آن فرض صفر، شامل مساوی است و فرض مقابل فاقد

مساوی است.

## سوالات و پاسخ تشریحی درس آمار و روش تحقیق آزمون دکتری ۹۵ – رشته مدیریت (۱۰۴D)

۲۱- در جدول روبه‌رو، که در مورد خطای نوع اول ( $\alpha$ ) و دوم ( $\beta$ ) است، کدام گزینه درست است؟

تصمیم		واقعیت
پذیرفتن $H_0$	رد کردن $H_0$	
b	a	$H_0$ درست است
d	c	$H_0$ نادرست است

(۱) a: خطای نوع دوم، d: خطای نوع اول

(۲) a: خطای نوع اول، d: خطای نوع دوم

(۳) a: خطای نوع دوم، c: خطای نوع اول

(۴) b: خطای نوع اول، d: خطای نوع دوم

پاسخ: گزینه «۲»

منبع پاسخگویی: آمار ۲، عادل آذر و منصور مومنی

خطای نوع اول (a) زمانی رخ می‌دهد که ما فرض صفر ( $H_0$ ) را رد کنیم درحالی که واقعا فرض  $H_0$  درست باشد.

و خطای نوع دوم (d) هم زمانی رخ می‌دهد که ما فرض صفر ( $H_0$ ) را بپذیریم درحالی که واقعا  $H_0$  نادرست باشد.



## سوالات و پاسخ تشریحی درس آمار و روش تحقیق آزمون دکتری ۹۵ – رشته مدیریت (۱۰۴D)

۲۲- اگر در توزیع فیشر  $F_{\alpha, V_1, V_2} = 0.4$  باشد، آنگاه مقدار  $2/5$  در این توزیع برابر است با:

$$F_{1-\alpha, V_1, V_2} \quad (1) \quad F_{1-\alpha, V_2, V_1} \quad (2) \quad F_{\alpha, V_2, V_1} \quad (3) \quad F_{\frac{\alpha}{2}, V_1, V_2} \quad (4)$$

پاسخ: گزینه ۲

منبع پاسخگویی: آمار ۲، عادل آذر و منصور مومنی

رابطه توزیع فیشر بصورت زیر است:

$$F_{\alpha, V_1, V_2} = \frac{1}{F_{1-\alpha, V_2, V_1}}$$

با توجه به اطلاعات صورت سوال، می‌تونیم بنویسیم:

$$0.4 = \frac{1}{F_{1-\alpha, V_2, V_1}} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} 0.4 F_{1-\alpha, V_2, V_1} = 1 \Rightarrow F_{1-\alpha, V_2, V_1} = \frac{1}{0.4} = \frac{1}{\frac{2}{5}} = \frac{5}{2} \Rightarrow$$

$$\boxed{F_{1-\alpha, V_2, V_1} = 2.5}$$

## سوالات و پاسخ تشریحی درس آمار و روش تحقیق آزمون دکتری ۹۵ – رشته مدیریت (۱۰۴D)

- ۲۳- انجام تحلیل واریانس یک عامله (oneway-ANOVA) برای انجام کدام آزمون فرضی بکار می‌رود؟
- |                                 |                                 |
|---------------------------------|---------------------------------|
| (۱) تساوی واریانس k جامعه مستقل | (۲) تساوی میانگین k جامعه مستقل |
| (۳) تساوی میانه k جامعه مستقل   | (۴) تساوی نسبت‌ها k جامعه مستقل |

پاسخ: گزینه «۳»

منبع پاسخگویی: آمار ۲، عادل آذر و منصور مومنی

تحلیل واریانس یک عامله (oneway-ANOVA) به بررسی فرضیه تساوی میانگین k جامعه ای که مستقل از هم اند، می‌پردازد.

## سوالات و پاسخ تشریحی درس آمار و روش تحقیق آزمون دکتری ۹۵ – رشته مدیریت (۱۰۴D)

۲۴- اگر  $f(x, y)$  توزیع دومتغیره مربوط به  $y, x$  باشد، آنگاه در صورتی قطعاً  $y, x$  مستقل اند که:

$$(۱) E(xy) = E(x) \cdot E(y)$$

(۲)  $y, x$  هر دو نرمال باشند.

$$(۳) \text{ضریب همبستگی آن‌ها برابر صفر باشد.}$$

$$(۴) f(x, y) = f(x) \cdot f(y)$$

پاسخ: گزینه «۴»

منبع پاسخگویی: بک آمار DLM، فصل ۱۲، فلش کارت‌های شماره ۱۵۲۲، ۱۵۵۲ و فصل ۱۳: فلش کارت ۱۶۰۸

«استقلال یا وابستگی در متغیر تصادفی  $X$  و  $Y$ »:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) \quad \Leftrightarrow \quad A, B \text{ مستقلند}$$

یادآوری: شرط استقلال دو پیشامد  $A$  و  $B$  بصورت زیره:

یعنی:  $A$  و  $B$  مستقلند، اگر و فقط اگر احتمال وقوع توأم اونا (یعنی:  $P(A \cap B)$ ) مساوی باشد با: حاصلضرب احتمال وقوع تک تک اونا.

یادآوری مهم: هر جا که عبارت «اگر و فقط اگر» رو دیدیم، معنیش اینه که اون رابطه بصورت دو طرفه برقراره (و نه یکطرفه).  
خب، حالا به‌طور مشابه برای دو متغیر تصادفی  $x$  و  $y$  هم می‌تونیم بگیم که:

$$\begin{cases} f(x, y) = f(x) \cdot f(y) \\ P(x, y) = P(x) \cdot P(y) \end{cases} \quad \Leftrightarrow \quad x, y \text{ مستقل (ناوابسته)}$$

شرط استقلال دو متغیر تصادفی:

توجه کنیم که: رابطه بالا بصورت دو طرفه برقراره، یعنی اگه طرف چپ برقرار باشه (یعنی اگه  $x$  و  $y$  مستقل باشن)، اون وقت نتیجه می‌گیریم که حتماً روابط سمت راست هم برقراره و برعکس، اگه روابط سمت راست برقرار بشه، میشه نتیجه گرفت که سمت چپ هم برقراره (یعنی:  $x$  و  $y$  مستقلند).  
خب، تا همین جا می‌تونیم بفهمیم که گزینه ۴، گزینه درسته.

ولی برای یادگیری بیشتر و تحلیل سایر گزینه ها، بهتره توضیحات زیر رو با هم بخونیم:

اگه  $x$  و  $y$  مستقل از هم باشن، امید ریاضی حاصلضرب اونا مساوی میشه با: حاصل ضرب امید ریاضی تک تک اونا:

$$\xrightarrow{x, y \text{ مستقل}} E(xy) = E(x) \cdot E(y)$$

حواسمون باشه که: رابطه بالا فقط بصورت ۱ طرفه برقراره (نه ۲ طرفه)، یعنی:

$$E(xy) = E(x) \cdot E(y) \quad \nRightarrow \quad x, y \text{ مستقل}$$

یعنی: اگه  $x$  و  $y$  مستقل باشن، اون وقت حتماً  $E(x, y)$  مساویه با:  $E(x) \cdot E(y)$ ، ولی عکس این قضیه، الزاماً همیشه درست نیست، یعنی اگه  $E(xy)$  مساوی  $E(x) \cdot E(y)$  باشه، نمی‌تونیم با اطمینان و قاطعیت بگیم که حتماً و حتماً  $x$  و  $y$  مستقلند،

## سوالات و پاسخ تشریحی درس آمار و روش تحقیق آزمون دکتری ۹۵ – رشته مدیریت (۱۰۴D)

چون ممکنه تساوی  $E(xy) = E(x) \cdot E(y)$  بصورت خیلی شانس و اتفاقی صورت گرفته باشه، یعنی ممکنه که  $x$  و  $y$  مستقل نباشن (وابسته باشن)، ولی در عین حال، رابطه  $E(xy) = E(x) \cdot E(y)$  برقرار باشه:

$$E(xy) = E(x) \cdot E(y) \begin{cases} x \text{ و } y \text{ مستقل} \\ \text{«یا»} \\ x \text{ و } y \text{ وابسته} \end{cases}$$

بنابراین گزینه ۱ غلط است.

به رابطه زیر، خوب دقت کنین:

$$\left. \begin{matrix} x, y \text{ مستقل} \\ x, y \text{ وابسته یا غیر خطی} \end{matrix} \right\} \xrightarrow[\text{(۱ طرفه)}]{\text{ناهمبسته اند}} \begin{cases} Cov(x, y) = 0 \rightarrow \rho = r = 0 \\ E(xy) = E(x)E(y) \\ V(x \pm y) = V(x) + V(y) \end{cases}$$

**نکته خیلی خیلی مهم:** روابط بالا فقط به صورت ۱ طرفه از چپ به راست برقرارند، ولی از راست به چپ لزوماً برقرار نیستن؛ چون وقتی از راست به چپ برمی گردیم به ۲ تا شاخه می رسیم (یعنی یا  $x$  و  $y$  مستقلند و یا وابستگی غیر خطی دارن).

با توجه به نکته بالا، نتیجه می گیریم که گزینه ۳ هم غلط است و حذف می شود.

برای اینکه خیالتون رو راحت کنم، باید بگم که در مورد استقلال  $x$  و  $y$ ، فقط رابطه های زیر هستن که بصورت ۲ طرفه برقرارن، پس خوبه که این روابط رو (البته با به استدلال منطقی)، خوب بخاطرمون بسپاریم:

$$x, y \text{ مستقل} \iff \begin{cases} f(x, y) = f(x) \cdot f(y) \\ \rho(x \cap y) = \rho(x) \cdot \rho(y) \\ f(x|y) = f(x) \text{ یا } \rho(x|y) = \rho(x) \\ f(y|x) = f(y) \text{ یا } \rho(y|x) = \rho(y) \\ E(x|y) = E(x) \\ E(y|x) = E(y) \end{cases} \quad \text{۲ طرفه}$$

که ۲ رابطه اول همون شرط استقلال  $x$  و  $y$  هستن و روابط بعدی هم مربوط به احتمال شرطی و امید شرطی هستن.

برای اثبات نادرست بودن گزینه ۲ هم کافیه به توضیحات زیر به دقت توجه کنین:

در حالت کلی، هر وقت یکی از این سه شرط سمت چپ (در آکولاد زیر) اتفاق بیفته، اون وقت دو متغیر  $x$  و  $y$  یا مستقلند و یا وابستگی غیر خطی دارن:

$$\left\{ \begin{matrix} Cov(x, y) = 0 \\ \text{یا} \\ \rho_{x,y} = 0 \\ \text{یا} \\ E(xy) = E(x)E(y) \end{matrix} \right\} \rightarrow \begin{cases} x \text{ و } y \text{ مستقلند} \\ \text{و یا وابستگی غیر خطی دارن} \end{cases}$$

## سوالات و پاسخ تشریحی درس آمار و روش تحقیق آزمون دکتری ۹۵ – رشته مدیریت (۱۰۴D)

**استثنا:** اما در یه حالت (و فقط و فقط در همین یه حالت)، اگه متغیرهای ما دارای توزیع **نرمال** (فقط و فقط توزیع **نرمال**) باشن، اون وقت اگه یکی از این سه شرط سمت چپ برقرار باشه، در این حالت با اطمینان کامل می‌تونیم بگیم که  $X$  و  $Y$  **قطعاً مستقلند**:

$$\left. \begin{array}{l} Cov(x, y) = 0 \\ \text{یا} \\ \rho_{x,y} = 0 \\ \text{یا} \\ E(xy) = E(x)E(y) \end{array} \right\} \xRightarrow{\text{حتماً}} X \text{ و } Y \text{ مستقلند}$$



## سوالات و پاسخ تشریحی درس آمار و روش تحقیق آزمون دکتری ۹۵ - رشته مدیریت (۱۰۴D)

۲۵- اگر  $S_{xy} = SP_{xy} = 10$  و  $SS_x = 10$  و  $SS_y = 20$  و  $\bar{x} = 8$  و  $\bar{y} = 6$  باشند، آنگاه معادله خط رگرسیون برابر است با:

$$y = x - 2 \quad (1) \quad y = \frac{1}{2}x - 2 \quad (2) \quad y = 2x - 1 \quad (3) \quad y = 2x - 2 \quad (4)$$

پاسخ: گزینه «۱»

منبع پاسخگویی: یک آمار DLM، فصل ۱۳، مشابه تست فلش کارت شماره ۱۶۵۸

$$\begin{cases} \bar{x} = 8, & SS_x = 10, & Sp_{xy} = 10 \\ \bar{y} = 6, & SS_y = 20. \end{cases}$$

برای بدست آوردن معادله رگرسیون  $(y = bx + a)$  باید به ترتیب، گامهای زیر رو طی کنیم:

گام ۱) محاسبه  $b$ : شیب یا ضریب زاویه خط رگرسیون:

$$b = \frac{Cov(x, y)}{\delta_x^2} = \frac{S_{xy}}{SS_x} = \frac{Sp_{xy}}{SS_x} = \frac{10}{10} = 1 \rightarrow \boxed{b = 1}$$

خب، تا همین جا می‌تونیم بفهمیم که گزینه ۱ صحیح است، زیرا تنها در این گزینه است که شیب خط رگرسیون (یعنی ضریب  $x$  در معادله  $y = bx + a$ ) مساوی ۱ است. ولی برای یادگیری بیشتر به ادامه حل می‌پردازیم:

گام ۲) محاسبه  $a$ : عرض از مبدأ خط رگرسیون:

$$y = bx + a \xrightarrow{(\bar{x}, \bar{y})} \bar{y} = b\bar{x} + a \xrightarrow{(\bar{x}=8, \bar{y}=6), b=1} 6 = 1(8) + a \rightarrow 6 = 8 + a \rightarrow 6 - 8 = a \rightarrow \boxed{a = -2}$$

گام ۳) نوشتن معادله خط رگرسیون:

$$y = bx + a \xrightarrow[b=-2]{b=1} y = 1x - 2 \rightarrow \boxed{y = x - 2}$$

راه حل تستی: چون معادله خط رگرسیون، همیشه از نقطه  $(\bar{x}, \bar{y})$  می‌گذره، بنابراین با امتحان کردن  $(\bar{x}$  و  $\bar{y})$  در گزینه‌ها می‌تونیم خیلی سریع گزینه صحیح رو پیدا کنیم:

$$\text{گزینه ۱: } \bar{y} = \bar{x} - 2 \xrightarrow{\bar{x}=8} \bar{y} = 8 - 2 \rightarrow \boxed{\bar{y} = 6 = 6} \text{ صحیح}$$

$$\text{گزینه ۲: } \bar{y} = \frac{1}{2}\bar{x} - 2 \xrightarrow{\bar{x}=8} \bar{y} = \frac{1}{2}(8) - 2 \rightarrow \bar{y} = \frac{5}{2} - 2 \rightarrow \boxed{\bar{y} = \frac{1}{2} \neq 6} \text{ غلط}$$

$$\text{گزینه ۳: } \bar{y} = 2\bar{x} - 1 \xrightarrow{\bar{x}=8} \bar{y} = 2(8) - 1 \rightarrow \bar{y} = 16 - 1 \rightarrow \boxed{\bar{y} = 15 \neq 6} \text{ غلط}$$

$$\text{گزینه ۴: } \bar{y} = 2\bar{x} - 2 \xrightarrow{\bar{x}=8} \bar{y} = 2(8) - 2 \rightarrow \bar{y} = 16 - 2 \rightarrow \boxed{\bar{y} = 14 \neq 6} \text{ غلط}$$