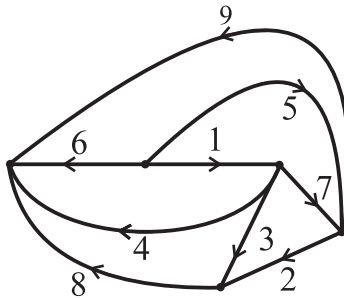


- ۱- در گراف متصل زیر مجموعه شاخه‌های $\{۱ و ۳ و ۶ و ۲\}$ به عنوان درخت انتخاب می‌شوند. کدام یک از حلقه‌های زیر، یک حلقه اساسی این درخت نمی‌باشد؟



(۲) $\{۱ و ۴ و ۶\}$

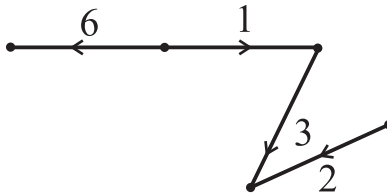
(۱) $\{۱ و ۳ و ۸ و ۶\}$

(۴) $\{۲ و ۳ و ۷\}$

(۳) $\{۱ و ۷ و ۶ و ۹\}$

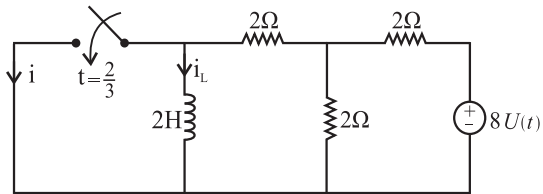
گزینه ۳ صحیح است.

به ازای هر لینک و تعدادی از شاخه‌های درخت یک حلقه اساسی وجود خواهد داشت. در گزینه ۳ دو لینک به همراه دو شاخه درخت مطرح شده است که اشتباه است.



۲- در مدار زیر کلید در $t = \frac{2}{3}s$ بسته می‌شود. جریان

i در $t = 1$ چند آمپر است؟ $i_L(0^-) = 0$



$$\frac{4}{3}e^{-1} \quad (۲)$$

$$\frac{4}{3} \quad (۱)$$

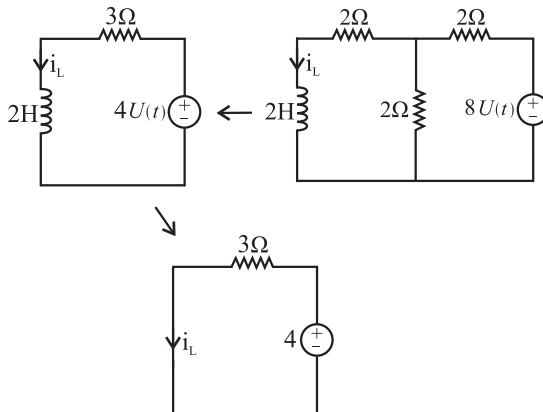
$$-e^{-1} \quad (۴)$$

$$\frac{4}{3}(1-e^{-1}) \quad (۳)$$

گزینه ۲ صحیح است.

سوال را با استفاده از ۶ کلید طلایی حل خواهیم کرد.
کلید اول: حل مدار در $t = 0^-$: جریان اولیه سلف صفر خواهد بود.

کلید دوم: حل مدار در $t = 0^+$: $i_L(0^+) = 0$
کلید سوم: حل مدار در $t = \infty$: مدار را با تبدیل تونن و نورتن ساده می‌کنیم و سپس داریم که: $i_L(\infty) = \frac{4}{3}$



ادامه در فیش بعدی

کلید طلایی چهارم: از دو سر سلف، مقاومت معادل را می-
یابیم که برابر ۳ خواهد بود.

کلید طلایی پنجم: ثابت زمانی مدار را به دست می‌آوریم:

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{2}{3}$$

کلید طلایی ششم: جریان سلف را به دست می‌آوریم:

$$i_L(t) = [i_L(0) - i_L(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}} + i_L(\infty)$$

$$i_L(t) = \left[0 - \frac{4}{3}\right]e^{-\frac{t}{2/3}} + \frac{4}{3} = \frac{4}{3}(1 - e^{-\frac{3}{2}t})$$

این مقدار جریان برای قبل از کلید زنی می‌باشد. برای آنکه
بتوانیم جریان سلف را بعد از کلیدزنی بیابیم داریم که:

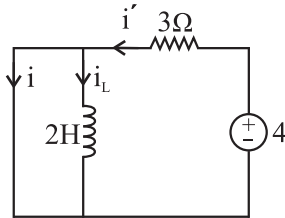
$$i_L\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{4}{3}(1 - e^{-1})$$

این همان کلید طلایی اول برای بعد از کلیدزنی خواهد
بود.

ادامه در پشت فیش

$$i_L\left(\frac{2}{3}\right)^+ = \frac{4}{3}(1 - e^{-1}) \quad \text{کلید طلایی دوم:}$$

$$i' = \frac{4}{3} \quad \text{حال باید جریان } i \text{ را در } t = \frac{2}{3} \text{ بیابیم:}$$

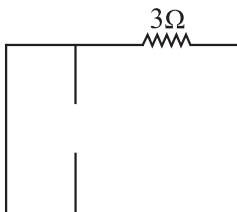


$$i\left(\frac{2}{3}\right)^+ = i' - i_L = \frac{4}{3} - \frac{4}{3} + \frac{4}{3}e^{-1} = \frac{4}{3}e^{-1}$$

کلید طلایی سوم: حل مدار در $t = \infty$: سلف اتصال کوتاه شده و بنابراین جریان i برابر صفر خواهد شد.

کلید طلایی چهارم: از دو سر سلف به بقیه مدار اگر نگاه کنیم مقاومتی برابر صفر خواهیم دید.

ادامه در فیش بعدی



$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{2}{0} = \infty \quad \text{کلید طلایی پنجم:}$$

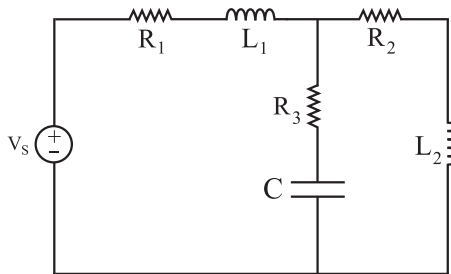
کلید طلایی ششم:

$$i_L(t) = [i_L(0) - i_L(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}} + i_L(\infty)$$

$$i_L(t) = \left[\frac{4}{3}e^{-1} - 0 \right] e^{-\frac{t}{\infty}} + 0 = \frac{4}{3}e^{-1}$$

این مقدار جریان در تمامی زمان‌ها بعد از کلیدزنی برابر یک مقدار ثابت خواهد بود.

۳- در مدار زیر وقتی در $t = 0$ منبع ولتاژ v_s تغییر آنی می‌کند، ولتاژ خازن v_c طبق کدام یک از توابع زیر تغییر خود را شروع می‌کند؟



$$\delta(t) \quad (۲)$$

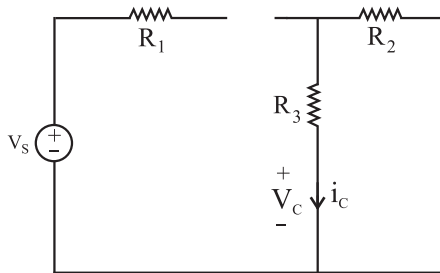
$$u(t) \quad (۱)$$

$$t^2 u(t) \quad (۴)$$

$$tu(t) \quad (۳)$$

گزینه ۴ صحیح است.

همان‌طور که در کلید بلورین اشاره شده هنگامی که ورودی بصورت تابع ضربه تغییر کند سلف مدار باز شده و خازن اتصال کوتاه می‌شود.

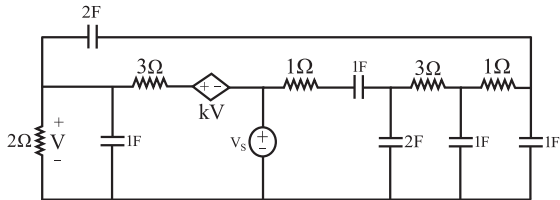


در این حالت هم جریان خازن و هم ولتاژ آن صفر خواهد

$$V_C = 0 \quad i_C = 0 \rightarrow \frac{dV_C}{dt} = 0 \quad \text{شد.}$$

بنابراین فقط در حالتی امکان دارد هم ولتاژ خازن و هم مشتق مرتبه اول آن در $t = 0$ صفر شوند که ولتاژ خازن مطابق با گزینه ۴ باشد.

۴- به ازای چه مقدار k مدار دو فرکانس طبیعی صفر دارد؟



(۲) -1

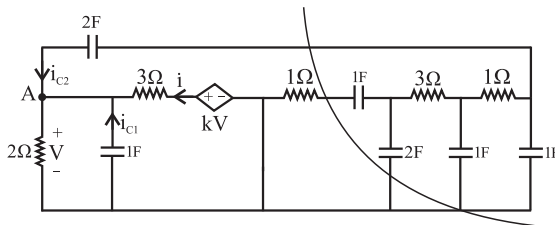
(۱) $-\frac{5}{2}$

(۴) $\frac{5}{2}$

(۳) 3

گزینه ۴ صحیح است.

همان‌طور که در فصل نهم و به طور واضح در فلش اشاره شده فرکانس طبیعی در حالتی به وجود می‌آید که حلقه سلفی و کاتست خازنی وجود داشته باشد. در این مدار یک کاتست خازنی وجود دارد و برای آنکه یک فرکانس طبیعی دیگر نیز به وجود آید باید جریان خازن‌های دیگری با هم تشکیل یک کاتست بدهند. بنابراین داریم که:



$$i + i_{C1} + i_{C2} = \frac{V}{2} \quad \text{KCL در } A$$

ادامه در فیش بعدی

برای آنکه کاتست به وجود آید داریم که:

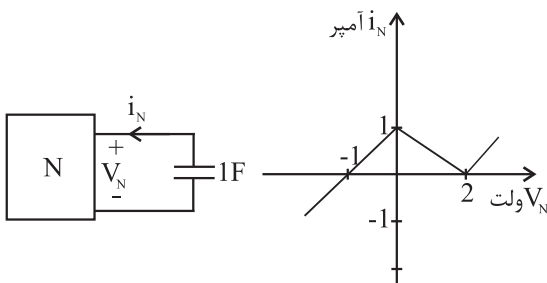
$$i_{C1} + i_{C2} = 0 \rightarrow i = \frac{V}{2}$$

$$i = \frac{KV - V}{3} : i \text{ برای به دست آوردن جریان}$$

در نهایت داریم که:

$$i = \frac{KV - V}{3} = \frac{V}{2} \rightarrow K = \frac{5}{2}$$

۵- اگر ولتاژ اولیه خازن صفر ولت باشد، بعد از چه مدتی ولتاژ خازن نصف مقدار نهایی آن می‌شود؟



(۱) 1

(۲) 2

(۳) $\ln 2$ (۴) $2 \ln 2$

گزینه ۳ صحیح است.

چون ولتاژ اولیه خازن صفر است و خازن پس از اتصال به مقاومت ولتاژ آن کمتر خواهد شد و در واقع دشارژ خواهد شد بنابراین رابطه ولتاژ و جریان مقاومت بر روی قسمت سمت چپ منحنی آن قرار خواهد شد.

سوال را با استفاده از روش معادله دیفرانسیل حل خواهیم کرد:

$$m = \frac{1-0}{0-(-1)} = 1 \quad \text{ابتدا شیب منحنی را می‌یابیم:}$$

$$i_N - 1 = 1(v_N - 0) \rightarrow i_N = v_N + 1$$

$$i_C = -i_N = -v_N - 1 \xrightarrow{v_N = v_C} i_C = -v_C - 1$$

$$\frac{dv_C}{dt} = -v_C - 1 \rightarrow \frac{dv_C}{v_C + 1} = -dt$$

$$\Rightarrow \ln(v_C + 1) = -t + c$$

ادامه در فیش بعدی

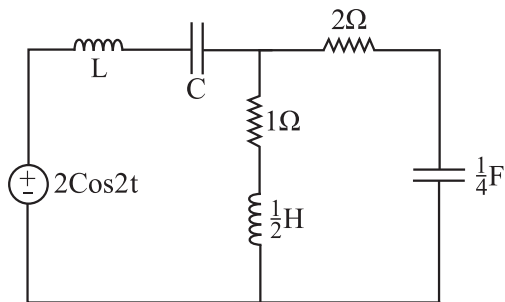
$$t = 0 \rightarrow v_C(0) = 0 \Rightarrow \ln(0+1) = -0 + c \\ \Rightarrow c = 0$$

ولتاژ نهایی خازن برابر ۱- خواهد بود و صورت سوال گفته در چه زمانی ولتاژ خازن برابر نصف مقدار نهایی خواهد بود:

$$\Rightarrow \ln\left(-\frac{1}{2} + 1\right) = -t \rightarrow -t = \ln 1 - \ln 2 = -\ln 2$$

$$t = \ln 2$$

۶- توان متوسط مقاومت 1Ω چه کسری از اندازه توان متوسط منبع است؟ (در حالت دائمی سینوسی)



$$\frac{2}{3} \quad (۲)$$

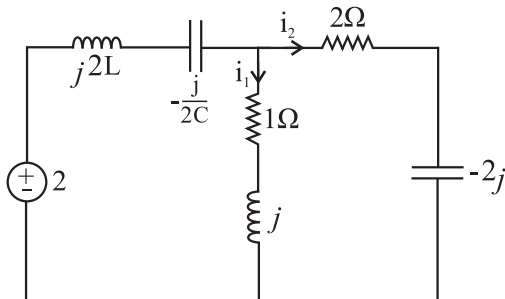
$$\frac{1}{2} \quad (۱)$$

$$1 \quad (۴)$$

$$\frac{3}{4} \quad (۳)$$

گزینه ۲ صحیح است.

همان‌طور که در فصل ۶ و در فلش به طور واضح توضیح داده شده است، توان متوسط فقط در مقاومت وجود دارد. در این سوال توان متوسط فقط در مقاومت‌های ۱ و ۲ اهمی وجود خواهند داشت که در دو شاخه موازی قرار دارند بنابراین کافی است نسبت جریان‌های آنها را به دست آوریم:



$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{2-2j}{1+j} \times \frac{1-j}{1-j} = \frac{2-2j-2j-2}{1+1}$$

ادامه در فیش بعدی

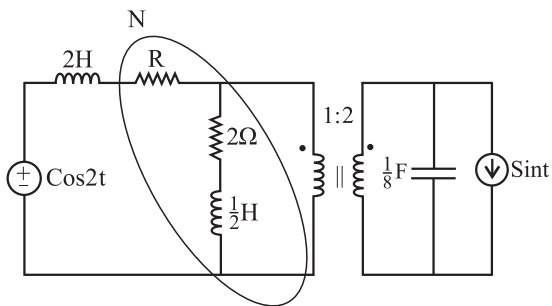
$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{-4j}{2} = -2j \rightarrow |i_1| = 2|i_2|$$

با فرض آنکه مجموع دو جریان برابر جریان واحد باشند:

$$i_1 + i_2 = 1 \xrightarrow{|i_1|=2|i_2|} 2i_2 + i_2 = 1 \rightarrow i_2 = \frac{1}{3}$$

$$i_1 = \frac{2}{3}$$

۷- به ازای چه مقدار R توان متوسط N ناشی از منبع ولتاژ ماکزیمم می‌شود؟ (در حالت دائمی)



۲) 2.5

۱) 2

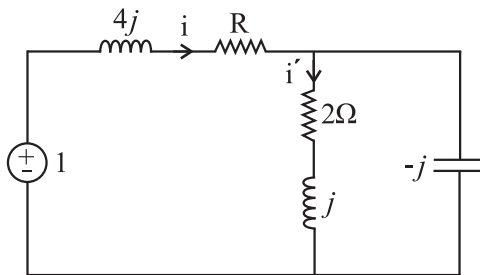
۴) $\frac{\sqrt{37}}{2}$

۳) 3

گزینه ۲ صحیح است.

این سوال را با استفاده از پله‌های انتقال توان ماکزیمم حل می‌کنیم. چون توان متوسط فقط در مقاومتها وجود دارد کافی است توان متوسط را برای این دو عنصر به دست آوریم که داریم:

جریان عبوری از مقاومت R را i می‌نامیم و با تقسیم جریان، جریان مقاومت ۲ اهمی را می‌یابیم:



$$i' = \frac{-j}{2 + j - j} i \rightarrow |i'| = \frac{1}{2} |i|$$

ادامه در فیش بعدی

حال خود جریان i را بدست می‌آوریم:

$$i = \frac{1}{(2+j) \parallel (-j) + R + 4j} = \frac{1}{R + 0.5 + 3j}$$

حال توان متوسط مقاومت‌ها را بدست می‌آوریم:

$$P = Ri^2 + 2i'^2 = (R + 0.5)i^2 = \frac{(R + 0.5)}{R + 0.5 + 3j}$$

برای به دست آوردن ماکزیمم توان متوسط باید مشتق بگیریم:

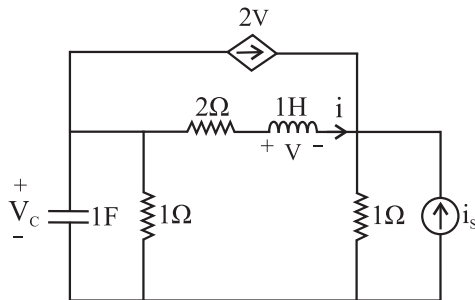
$$\frac{dP}{dR} = \frac{(R + 0.5 + 3j)^2 - (R + 0.5)(2)(R + 0.5 + 3j)}{(R + 0.5 + 3j)^4}$$

$$\Rightarrow \frac{dP}{dR} = 0 \Rightarrow (R + 0.5 + 3j) - (2R + 1) = 0$$

$$(3j) = (R + 0.5) \Rightarrow |R + 0.5| = 3 \Rightarrow R = 2.5$$

۸- در مدار زیر بردار حالت را بصورت $X(t) = \begin{bmatrix} i(t) \\ v_C(t) \end{bmatrix}$

در نظر بگیرید. اگر معادلات حالت مدار به صورت $\dot{X} = AX + bi_s$ باشد، ماتریس A کدام است؟



$$\begin{bmatrix} -1 & \frac{1}{3} \\ -1 & -\frac{5}{3} \end{bmatrix} \quad (۲)$$

$$\begin{bmatrix} -1 & \frac{1}{3} \\ 1 & -\frac{5}{3} \end{bmatrix} \quad (۱)$$

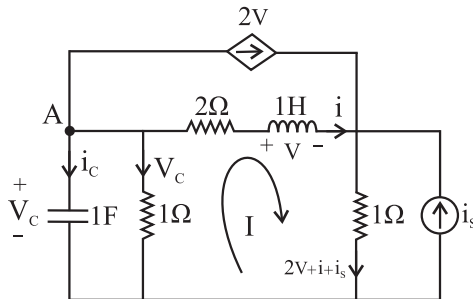
$$\begin{bmatrix} -1 & \frac{1}{2} \\ 1 & \frac{1}{3} \end{bmatrix} \quad (۴)$$

$$\begin{bmatrix} -1 & \frac{1}{2} \\ 1 & -\frac{5}{3} \end{bmatrix} \quad (۳)$$

گزینه ۱ صحیح است.

همان‌طور که در فصل ۸ و در فلش توضیح داده شد، این سوالات را با استفاده از خانم KCL و آقای KVL حل خواهیم کرد:

ابتدا جریان‌ها را بطور کامل مشخص خواهیم کرد و سپس داریم که:



$$2V + i + i_c + V_c = 0 \quad \text{در } A \text{ } KCL$$

$$V_c = 2i + V + i + 2V + i_s \quad \text{در } I \text{ } KVL$$

ادامه در فیش بعدی

$$V_C = 3i + 3V + i_s \rightarrow 3V = V_C - 3i - i_s$$

$$V = -i + \frac{1}{3}V_C - \frac{1}{3}i_s$$

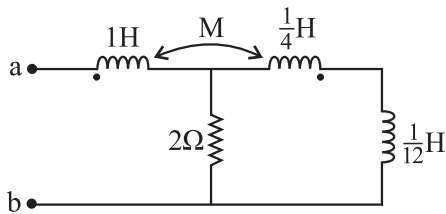
$$2V + i + i_C + V_C = 0 \xrightarrow{V = -i + \frac{1}{3}V_C - \frac{1}{3}i_s} -i + i_C + \frac{5}{3}V_C - \frac{2}{3}i_s = 0$$

$$i_C = +i - \frac{5}{3}V_C + \frac{2}{3}i_s$$

حال معادلات حالت را می‌نویسیم:

$$\begin{bmatrix} V \\ i_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & \frac{1}{3} \\ 1 & -\frac{5}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ V_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{1}{3} \\ \frac{2}{3} \end{bmatrix} i_s$$

۹- مقدار ضریب تزویج یا اندوکتانس متقابل (M) چند هانری باشد تا امپدانس دیده شده در وضعیت دائمی سینوسی از دو سر a و b سلفی خالص شود؟



(۱) $\frac{1}{3}$

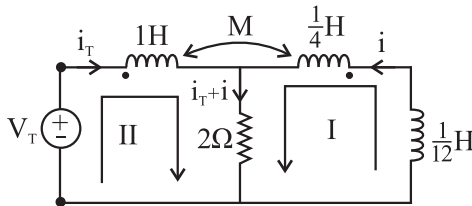
(۲) $\frac{1}{2}$

(۳) $\frac{2}{3}$

(۴) به ازای هیچ مقدار M امپدانس سلفی خالص نیست.

گزینه ۱ صحیح است.

بازهم سوال را با استفاده از خانم KCL و آقای KVL حل خواهیم کرد.



$$\frac{s}{4}i + Msi_T + 2i + 2i_T + \frac{s}{12}i = 0 \quad \text{در } KVL$$

$$\left(\frac{s}{3} + 2\right)i + (Ms + 2)i_T = 0 \rightarrow i = -\frac{(Ms + 2)}{\left(\frac{s}{3} + 2\right)}i_T$$

در KVL

$$V_T = si_T + Msi + 2i_T + 2i = (s + 2)i_T + (Ms + 2)i$$

ادامه در فیش بعدی

$$V_T = (s + 2)i_T + \frac{-(Ms + 2)(Ms + 2)}{\left(\frac{s}{3} + 2\right)} i$$

اگر $M = \frac{1}{3}$ شود خواهیم داشت که:

$$V_T = (s + 2)i_T + \frac{-\left(\frac{s}{3} + 2\right)\left(\frac{s}{3} + 2\right)}{\left(\frac{s}{3} + 2\right)} i$$

$$V_T = (s + 2)i_T - \left(\frac{s}{3} + 2\right)i_T$$

$$V_T = \left[(s + 2) - \left(\frac{s}{3} + 2\right) \right] i_T = \frac{2s}{3} i_T$$

۱۰- پاسخ کامل یک مدار الکتریکی خطی و نامتغیر با زمان به ورودی پله واحد به ازای دو دسته شرایط اولیه مختلف x_1 و x_2 به قرار زیر است:

$$x_1(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \rightarrow y_1(t) = \frac{1}{2}(1 - e^{-t} + 2e^{-2t})u(t)$$

$$x_2(0) = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} \rightarrow y_2(t) = \frac{1}{2}(1 - 2e^{-t} + 3e^{-2t})u(t)$$

پاسخ ضربه کدام است؟

$$-e^{-2t}u(t) + \delta(t) \quad (۲) \quad -\frac{1}{2}e^{-2t}u(t) \quad (۱)$$

$$-\frac{1}{2}e^{-2t}u(t) + \delta(t) \quad (۴) \quad \frac{1}{2}(1 + e^{-2t})u(t) \quad (۳)$$

گزینه ۲ صحیح است.

همان‌طور که در فصل پنجم و در بخش مدارهای خطی تغییرناپذیر با زمان ذکر شد، پاسخ کامل مجموع پاسخ ورودی صفر و پاسخ حالت صفر خواهد بود. همچنین پاسخ ورودی صفر تابعی خطی از شرایط اولیه می‌باشد. بنابراین در این سوال چون ورودی ۲ برابر شده بنابراین پاسخ حالت صفر نیز ۲ برابر خواهد شد. برای به دست آوردن پاسخ حالت صفر (در این سوال پاسخ به تابع پله) باید خروجی را در حالت دوم از ۲ برابر پاسخ خروجی در حالت اول کم کنیم:

$$S(t) = 2y_1(t) - y_2(t) \Rightarrow$$

$$S(t) = (1 - e^{-t} + 2e^{-2t})u(t) - \frac{1}{2}(1 - 2e^{-t} + 3e^{-2t})u(t)$$

$$S(t) = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}e^{-2t}\right)u(t)$$

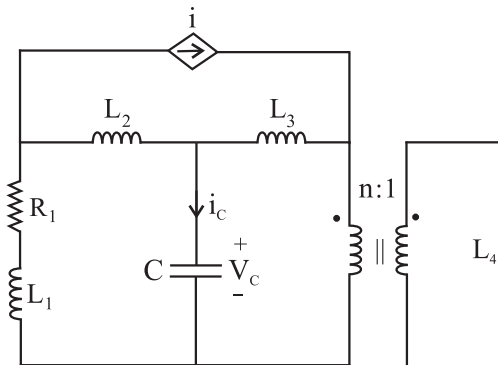
ادامه در فیش بعدی

حال برای به دست آوردن پاسخ ضربه کافی است از پاسخ پله مشتق بگیریم:

$$\text{پاسخ ضربه} \quad \frac{dS(t)}{dt} = (-e^{-2t})u(t) + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}e^{-2t}\right)\delta(t)$$

که با توجه به گزینه‌ها فقط گزینه ۲ صحیح خواهد بود.

۱۱- در مدار زیر با تغییر منبع وابسته از $i = v_c$ به $i = i_c$ درجه مدار (تعداد فرکانس‌های طبیعی)



(۱) تغییر نمی‌کند.

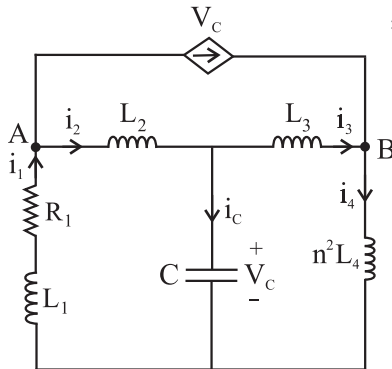
(۲) از دو به سه تغییر می‌یابد.

(۳) از چهار به سه تغییر می‌یابد.

(۴) از سه به چهار تغییر می‌یابد.

گزینه ۱ صحیح است.

برای حل سوال از ۸ گام DLM استفاده خواهیم کرد.
در حالت اول که جریان منبع وابسته برابر ولتاژ خازن است داریم که:



گام اول: تعداد سلف‌ها و خازن‌های مستقل $\mathcal{L} = 5$

گام دوم: تعداد حلقه خازنی $\mathcal{C} = 0$

گام سوم: تعداد کاتست سلفی $\mathcal{K} = 0$

گام چهارم: مرتبه مدار برابر همان ۵ خواهد بود.

اما یک نکته دیگر هم در تعیین مرتبه مدار وجود دارد و آنهم وابستگی میان متغیرهای حالت می‌باشد.

ادامه در فیش بعدی

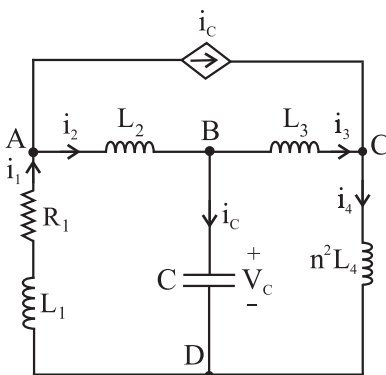
در این مدار جریان سلف‌های اول و دوم در نقطه A و جریان سلف‌های سوم و چهارم در نقطه B به ولتاژ خازن وابسته می‌باشند. که باعث می‌شود دو متغیر حالت از بین برود و مرتبه مدار برابر ۳ شود.

دقت کنید که هر کدام از KCL ها باعث می‌شوند که سه متغیر حالت به هم وابسته شوند. در این حالت برای هر معادله ۲ متغیر مستقل وجود خواهد داشت و یک متغیر وابسته و با به دست آمدن دو متغیر مستقل، اندازه متغیر وابسته نیز تعیین می‌شود و بنابراین یکی از متغیرهای حالت کم می‌شود.

در حالت دوم نیز باز مرتبه مدار برابر ۵ خواهد بود. اما بازهم وابستگی خطی میان متغیرهای حالت وجود خواهد داشت. در این حالت جریان سلف چهارم و دوم با هم برابر خواهند بود و طبق معادله زیر نیز یک وابستگی خطی دیگر بین جریان سلف‌ها وجود خواهد داشت.

ادامه در پشت فیش

بنابراین دو متغیر از متغیرهای حالت کم شده و مرتبه مدار باز هم ۳ خواهد بود. بنابراین مرتبه مدار تغییر نمی‌کند.



$$i_1 = i_c + i_2 \quad I \quad \text{در } KCL \text{ در } A$$

$$i_2 = i_c + i_3 \quad II \quad \text{در } KCL \text{ در } B$$

$$i_c + i_3 = i_4 \quad III \quad \text{در } KCL \text{ در } C$$

$$i_c + i_4 = i_1 \quad IV \quad \text{در } KCL \text{ در } D$$

در نتیجه داریم که:

$$\xrightarrow{I, IV} i_c + i_4 = i_1 = i_c + i_2 \rightarrow i_4 = i_2$$

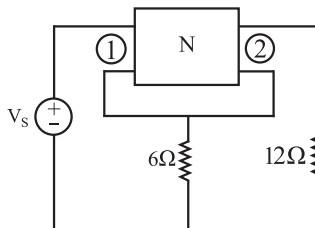
$$\xrightarrow{I, II} i_1 = 2i_2 - i_3$$

۱۲- ماتریس امپدانس دو قطبی N به صورت

$$\begin{bmatrix} 4s & 3s \\ 3s & 9s \end{bmatrix} \quad \text{و} \quad \text{منبع مستقل به صورت}$$

$v_s(t) = 20 \cos(2t)$ است. امپدانس مدار از دو سر

منبع مستقل برابر است با:



$$2 + 3j \quad (۲)$$

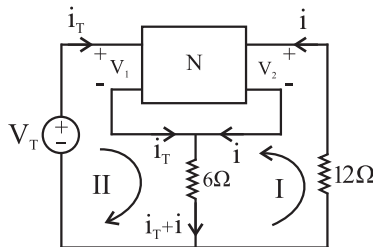
$$1 + 3j \quad (۱)$$

$$4 + 6j \quad (۴)$$

$$6 + 4j \quad (۳)$$

گزینه ۴ صحیح است.

سوال را با استفاده از شگفت انگیز اول DLM حل خواهیم کرد. باز هم سوال را با استفاده از خانم KCL و آقای KVL حل خواهیم کرد.



$$12i + 3si_T + 9si + 6i_T + 6i = 0 \quad : I \text{ در } KVL$$

$$(18 + 9s)i + (6 + 3s)i_T = 0 \rightarrow 9(s + 2)i + 3(2 + s)i_T = 0$$

$$i = -\frac{1}{3}i_T$$

$$V_T = 4si_T + 3si + 6i_T + 6i \quad : II \text{ در } KVL$$

ادامه در فیش بعدی

$$\xrightarrow{i=-\frac{1}{3}i_T} V_T = 4si_T - si_T + 6i_T - 2i_T$$

$$V_T = 3si_T + 4i_T \xrightarrow{s=j \quad \omega=2j} V_T = (6j + 4)i_T$$

