

شامل ۱۷ جلد کتاب بهمراه ۸۰ فلش‌کارت

آموزش سه بعدی مفاهیم (کلاسیک،نکته‌ای،تکنیکی)

حل تکنیکی زیر ۴۰ ثانیه کلیه تست های سراسری و آزاد مجموعه مدیریت،حسابداری و اقتصاد

www.DLMgroup.ir

۶۶۹۰۳۵۴۷

۲۲۳۶۰۶۰۶

سوالات آزمون سراسری کارشناسی ارشد رشته حسابداری ۱۳۹۴

۱) اگر A و B دو مجموعه باشند ، مجموعه $(A \cap B) \cup (A - B)'$ برابر کدام است ؟

۱) $\emptyset$ ۲) $A \cup B'$ ۳) $B \cup A'$ ۴) $B \cup A$

۲) حاصل $\lim_{n\to\infty} \frac{۱-۲+۳-۴+۵-۶+\cdots-۲n}{\sqrt{n^۲+۱}+\sqrt{۴n^۲-۱}}$ ، کدام است ؟

۱) -۱ ۲) $\frac{-۱}{۳}$ ۳) $\frac{-۲}{۳}$ ۴) صفر

۳) اگر $f(x) = ln\,(x + \sqrt{x^۲ + ۱})$ باشد، مقدار $f^{-۱}(ln۲)$ کدام است؟ ($f^{-۱}$معکوس تابع f است)

۱) $\frac{۳}{۴}$ ۲) $\frac{۵}{۴}$ ۳) $\frac{۳}{۲}$ ۴) $\frac{۵}{۲}$

۴) حاصل $\sum_{n=۱}^{\infty} \frac{۲n-۱}{n!}$ ، کدام است ؟

۱) $e - ۱$ ۲) $e + ۱$ ۳) $۲e - ۱$ ۴) $۲e$

۵) معادله خط مجانب برمنحنی $y = xe^{\frac{-۱}{x}}$ ، کدام است ؟

۱) $y = x$ ۲) $y = x + \frac{۱}{۲}$ ۳) $y = x + ۱$ ۴) $y = x - ۱$

۶) اگر $f(x) = \frac{۱}{۱-x}$ ، تابع $f\left(f\left(f(x)\right)\right)$ در کدام مجموعه نقاط ناپیوسته است ؟

۱) $\emptyset$ ۲) $\{۱\}$ ۳) $\{۰,۱\}$ ۴) $\{۰,۱,۲\}$

۷) $\lim_{x\to۲} \frac{f(x)-f(۲)}{x-۲} = \frac{۳}{۴}$ باشد ، مشتق $f(\sqrt[۳]{x+۵})$ در نقطه $x = ۳$ کدام است ؟

۱) $\frac{۱}{۱۶}$ ۲) $\frac{۳}{۳۲}$ ۳) $\frac{۱}{۸}$ ۴) $\frac{۳}{۸}$

۸) در تابع پارامتری $\begin{cases} x = (t+۱)e^t \\ y = t^۲e^t \end{cases}$ مقدار $\frac{d^۲y}{dx^۲}$ در نقطه $x = ۰$ کدام است ؟

۱) $\frac{۱}{e}$ ۲) $\frac{-۱}{e}$ ۳) e ۴) $-e$

۹) در تابع $y = xe^{-\frac{x^۲}{۲}}$ ، مقدار $\frac{y'}{y}$ در نقطه $x = \frac{۱}{۲}$ کدام است ؟

۱) $\frac{۳}{۴}$ ۲) $\frac{۵}{۴}$ ۳) $\frac{۳}{۲}$ ۴) $\frac{۵}{۲}$

۱۰) نقاط ماکزیمم یا مینیمم نسبی تابع $y = x^۲e^{\frac{۱}{x}}$ در صورت وجود ، در کدام نقطه است ؟

۱) $x = \frac{۱}{۲}$ ، مینیمم ۲) $x = \frac{۱}{۲}$ ، ماکزیمم

۳) $x = ۲$ ، ماکزیمم ۴) فاقد ماکزیمم یا مینیمم

۱۱) مقدار تقریبی عدد $\sqrt[۵]{(۳۱/۹۶)^۳}$ با استفاده از دیفرانسیل کدام است ؟

۱) ۷/۹۹۸ ۲) ۷/۹۹۶ ۳) ۷/۹۹۴ ۴) ۷/۹۹۲

۱۲) حاصل $\int_{۰}^{۴} e^{\sqrt{x}}dx$ ، کدام است ؟

۱) $e^۲ - ۱$ ۲) $e^۲ + ۲$ ۳) $۲e^۲ - ۱$ ۴) $۲e^۲ + ۲$

۱۳) اگر $f(x) = \int_{۱}^{x} \frac{dt}{\sqrt{t^۳+۳t}}$ باشد ، معادله خط مماس بر منحنی تابع f در نقطه $x = ۱$ کدام است ؟

۱) $۲y - x + ۱ = ۰$ ۲) $۲y + x - ۱ = ۰$

۳) $y - ۲x + ۲ = ۰$ ۴) $y + ۲x - ۲ = ۰$

۱۴) در تابع دو متغیری $z = ln\frac{x^۲+y^۲}{\sqrt{xy}}$ ، حاصل $x\frac{\partial z}{\partial x} + y\frac{\partial z}{\partial y}$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{xy}$ ۲) $\frac{x+y}{xy}$ ۳) ۱ ۴) ۲

۱۵) تابع تقاضا به صورت $y = ۲۲ - x^۲ - ۲x$ و تابع عرضه $y = ۲x + ۱$ می باشند که در آن x مقدار کالا و y قیمت واحد کالا است . مازاد مصرف کننده کدام است ؟

۱) ۲۴ ۲) ۲۷ ۳) ۳۰ ۴) ۳۳

۱۶) بیشترین مقدار تابع $z = ۲x^۲ - y^۲ + xy$ با شرط $۲x + y = ۸$ کدام است ؟

۱) ۲۴ ۲) ۲۸ ۳) ۳۲ ۴) ۳۶

۱۷) مجموع جملات سری $\sum_{n=۱}^{\infty} \frac{۲^n - ۱}{۴^n}$ ، کدام است ؟

۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{۲}{۳}$ ۳) $\frac{۳}{۲}$ ۴) $\frac{۱}{۲}$

۱۸) اگر $A = \begin{bmatrix} ۲ & ۱ & -۱ \\ ۰ & ۳ & ۴ \\ ۱ & ۲ & ۰ \end{bmatrix}$ باشد ، درایه واقع در سطر و ستون سوم معکوس ماتریس A کدام است ؟

۱) $\frac{۸}{۹}$ ۲) $\frac{-۸}{۹}$ ۳) $\frac{۲}{۳}$ ۴) $\frac{-۲}{۳}$

۱۹) ماتریس $A = \frac{۱}{۲}\begin{bmatrix} \sqrt{۳} & ۱ \\ -۱ & \sqrt{۳} \end{bmatrix}$ مفروض است ، ماتریس $A^۳$ کدام است ؟

۱) $\begin{bmatrix} ۰ & -۱ \\ ۱ & ۰ \end{bmatrix}$ ۲) $\begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ ۰ & -۱ \end{bmatrix}$ ۳) $\begin{bmatrix} -۱ & ۰ \\ ۰ & ۱ \end{bmatrix}$ ۴) $\begin{bmatrix} ۰ & ۱ \\ -۱ & ۰ \end{bmatrix}$

پاسخ تکنیکی و تشریحی آزمون سراسری کارشناسی ارشد

رشته حسابداری ۱۳۹۴

۱. گزینه ۳ صحیح است .

حل کلاسیک :

$$(A \cap B) \cup (A - B)' = (A \cap B) \cup \left(A \cap B^{'}\right)^{'} = (A \cap B) \cup \left(A^{'} \cup B\right)$$
$$= [(A \cap B)] \cup A'] \cup [(A \cap B)] \cup B] = [(A \cup A')] \cap (B \cup A')] \cup [B \cup (B \cap A)]$$
$$= \left(B \cup A^{'}\right) \cup B = (B \cup B) \cup A^{'} = \left(B \cup A^{'}\right)$$

حل تکنیکی : مجموعه هایی را به دلخواه مثال زده و سوال را حل می کنیم که در نهایت جواب صورت سوال با جواب یکی از گزینه ها باید مطابقت داشته باشد.

$$M = \{۱, ۲, ۳, ۴\} \quad A = \{۱, ۲, ۳\} \quad B = \{۳, ۴\} \quad A' = \{۴\} \quad B' = \{۱, ۲\}$$

$$(A \cap B) \cup (A - B)' = \underbrace{(\{۱, ۲, ۳\} \cap \{۳, ۴\})}_{\{۳\}} \cup \left(\underbrace{\{۱, ۲, ۳\} - \{۳, ۴\}}_{\{۱,۲\}} \right)^{'}$$
$$(A \cap B) \cup (A - B)' = \{۳\} \cup \{۱,۲\}' = \{۳\} \cup \{۳, ۴\} = \{۳, ۴\}$$

بررسی همه گزینه ها :

۱) $\emptyset$ ۲) $A \cup B' = \{۱, ۲, ۳\} \cup \{۱, ۲\} =) \{۱, ۲\}$

۳) ✓ $B \cup A' = \{۳, ۴\} \cup \{۴\} = \{۳,۴\}$ ۴) $B \cup A = \{۳, ۴\} \cup \{۱, ۲, ۳\} = \{۱, ۲, ۳, ۴\}$

۲. گزینه ۲ صحیح است .

حل :

روابط زیر را به خاطر بسپارید :

مجموعه اعداد فرد : $۱ + ۳ + ۵ + \cdots + (۲n - ۱) = n^{۲}$

مجموعه اعداد زوج : $۲ + ۴ + ۶ + \cdots + ۲n = n^{۲} + n$

$$\lim_{n\to+\infty}\frac{۱-۲+۳-۴+۵-۶+\cdots-۲n}{\sqrt{n^۲+۱}+\sqrt{۴n^۲-۱}}=\frac{\big(۱+۳+۵+\cdots+(۲n-۱)\big)-(۲+۴+۶+\cdots+۲n)}{\sqrt{n^۲}+\sqrt{۴n^۲}}$$

$$\lim_{n\to+\infty}\frac{(n^۲)-(n^۲+n)}{|n|+|۲n|}=\frac{n^۲-n^۲-n}{n+۲n}=\frac{-n}{۳n}=\frac{-۱}{۳}$$

۳. گزینه ۱ صحیح است .

حل کلاسیک اول :

$$f(x)=ln\big(x+\sqrt{x^۲+۱}\big)\rightarrow f^{-۱}\underbrace{(ln۲)}_{x}=?$$

$$(ln۲,y)\epsilon f^{-۱}\xrightarrow{\text{ضابطه اصلی تابع داده شده است}}(x,ln۲)\epsilon f$$

$$ln۲=ln\big(x+\sqrt{x^۲+۱}\big)\rightarrow ۲=x+\sqrt{x^۲+۱}\rightarrow ۲-x=\sqrt{x^۲+۱}$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین تساوی را به توان دو می رسانیم}}(۲-x)^۲=(\sqrt{x^۲+۱})^۲\rightarrow ۴-۴x+x^۲=x^۲+۱$$

$$\rightarrow ۴-۱=۴x\rightarrow ۳=۴x\rightarrow x=\frac{۳}{۴}$$

حل کلاسیک دوم : اگر تابع $f(x)=ln\big(x+\sqrt{x^۲+۱}\big)$ باشد معکوس تابع $f(x)=sinhx$ می باشد بنابراین داریم :

$$f^{-۱}(x)=sinhx=\frac{e^x-e^{-x}}{۲}\xrightarrow{x=ln۲}f^{-۱}(ln۲)=\frac{e^{ln۲}-e^{-ln۲}}{۲}$$

$$\rightarrow f^{-۱}(ln۲)=\frac{e^{ln۲}-e^{ln\frac{۱}{۲}}}{۲}\xrightarrow{e^{lnu}=u}\frac{۲-\frac{۱}{۲}}{۲}=\frac{\frac{۳}{۲}}{۲}=\frac{۳}{۴}$$

حل تکنیکی :

$$f^{-۱}\underbrace{(ln۲)}_{x}$$

$ln۲$ در تابع معکوس حکم x را دارد ولی در تابع اصلی $ln۲$ حکم y را بازی می کند. با توجه به این که ضابطه سؤال داده شده بر حسب ضابطه اصلی $f(x)$ می باشد می توان به جای $f(x)$ عدد $ln۲$ را قرار داد و سپس با قاعده جایگذاری گزینه ها [حذف گزینه] تست را حل کرد.

$$f(x)=ln(x+\sqrt{x^{۲}+۱})\rightarrow ln۲=ln\left(x+\sqrt{x^{۲}+۱}\right)\rightarrow ۲=x+\sqrt{x^{۲}+۱}$$

بررسی همه گزینه ها:

✓گزینه۱) $x=\frac{۳}{۴}$ $\quad ۲\overset{?}{=}\frac{۳}{۴}+\sqrt{(\frac{۳}{۴})^{۲}+۱}\rightarrow ۲\overset{?}{=}\frac{۳}{۴}+\overbrace{\sqrt{\frac{۹}{۱۶}+۱}}^{\sqrt{\frac{۲۵}{۱۶}}}\rightarrow ۲=\frac{۳}{۴}+\frac{۵}{۴}$

حاصل رادیکال عدد غیرصحیح است

✗گزینه۲) $x=\frac{۵}{۴}$ $\quad ۲\overset{?}{=}\frac{۵}{۴}+\sqrt{(\frac{۵}{۴})^{۲}+۱}\rightarrow ۲\overset{?}{=}\frac{۵}{۴}+\sqrt{\frac{۲۵}{۱۶}+۱}\rightarrow \overbrace{\sqrt{\frac{۴۱}{۱۶}}}^{\uparrow}\neq ۲$

حاصل رادیکال عدد غیرصحیح است

✗گزینه۳) $x=\frac{۳}{۲}$ $\quad ۲\overset{?}{=}\frac{۳}{۲}+\sqrt{(\frac{۳}{۲})^{۲}+۱}\rightarrow ۲\overset{?}{=}\frac{۳}{۲}+\sqrt{\frac{۹}{۴}+۱}\rightarrow \overbrace{\sqrt{\frac{۱۳}{۴}}}^{\uparrow}\neq ۲$

✗گزینه۴) $x=\frac{۵}{۲}$ $\quad ۲\overset{?}{=}\underbrace{\frac{۵}{۲}}_{۲/۵}+\underbrace{\sqrt{(\frac{۴}{۳})^{۲}+۱}}_{\text{عدد مثبت}}\rightarrow ۲\neq \frac{۵}{۲}+\text{عدد مثبت}$

۴. گزینه ۲ صحیح است .

حل کلاسیک : می توان به صورت زیرگفت :

$$\sum_{n=۰}^{\infty}\frac{x^{n}}{n!}=e \text{ بنابراین } \sum_{n=۰}^{\infty}\frac{x^{n}}{n!}=e \text{ بنابراین } \sum_{n=۱}^{\infty}\frac{۱}{n!}=e-۱$$

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n-1}{n!}=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2}{(n-1)!}-\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(n)!}=2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(n)!}-\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(n)!}=2e-(e-1)=e+1$$

حل تکنیکی : با نوشتن چند جمله از این سری و جمع آنها با یکدیگر و با استفاده از قاعده حذف گزینه تست را حل می کنیم.

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n-1}{n!}\xrightarrow{\text{تا جایی ادامه دهید که مخرج به ۱۰۰ برسد}}\frac{\overbrace{2(1)-1}^{n=1}}{1!}+\frac{\overbrace{2(2)-1}^{n=2}}{2!}+\frac{\overbrace{2(3)-1}^{n=3}}{3!}+\frac{\overbrace{2(4)-1}^{n=4}}{4!}+\frac{\overbrace{2(5)-1}^{n=5}}{5!}$$

$$\underbrace{1+\frac{3}{2}+\frac{5}{6}+\frac{7}{24}+\frac{9}{120}}=\frac{5}{2}+\frac{100+35+9}{120}=\frac{5}{2}+\frac{144}{120}=2/5+1/2=3/7$$

۱) $e-1=2/7-1=1/7$ ✗ ۲) $e+1=2/7+1=3/7$ ✓

۳) $2e-1=2\times 2/7-1=4/4$ ✗ ۴) $2e=2\times 2/7=5/4$ ✗

۵. گزینه ۴ صحیح است.

حل کلاسیک : با فرض آن که $y=mx+h$ مجانب مایل منحنی $y=xe^{\frac{-1}{x}}$ باشد ، می توان گفت :

$$m=\lim_{x\to\infty}\frac{y}{x}=\lim_{x\to\infty}\frac{xe^{\frac{-1}{x}}}{x}=\lim_{x\to\infty}e^{\frac{-1}{x}}=e^{0}=1$$

$$h=\lim_{x\to\infty}y-mx=\lim_{x\to\infty}xe^{\frac{-1}{x}}-x=\lim_{x\to\infty}x\left(e^{\frac{-1}{x}}-1\right)$$

$$h=\lim_{x\to\infty}\frac{e^{\frac{-1}{x}}-1}{\frac{1}{x}}=\frac{0}{0}\xrightarrow{Hopital}h=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{1}{x^2}\times e^{\frac{-1}{x}}}{\frac{-1}{x^2}}=\lim_{x\to\infty}-e^{\frac{-1}{x}}=-e^{0}=-1$$

$$y=mx+h\xrightarrow{m=1\,,h=-1}y=x-1$$

حل نکته ای :

با توجه به این که مجانب مایل منحنی $y = xe^{\frac{-۱}{x}}$ را می خواهیم بدست آوریم و $\frac{-۱}{x}$ زمانی که$x \to \infty$ برابر صفر خواهد بود بنابراین می توان از هم ارزی $e^u \sim ۱ + u$ استفاده کرد بنابراین داریم :

$$\lim_{x\to\infty} xe^{\frac{-۱}{x}} = x\left(۱ - \frac{۱}{x}\right) = x - ۱$$

مشخص شد که مجانب مایل منحنی $y = xe^{\frac{-۱}{x}}$ در بی نهایت خط $y = x - ۱$ را ملاقات می کند.

۶. گزینه ۳ صحیح است.

حل کلاسیک :

$$f(x) = \underbrace{\frac{۱}{۱ - x}}_{I} \to f\big(f(x)\big) = \underbrace{\frac{۱}{۱ - \frac{۱}{۱ - x}}}_{II}$$

$$f\Big(f\big(f(x)\big)\Big) = \underbrace{\frac{۱}{۱ - \frac{۱}{۱ - \frac{۱}{۱ - x}}}}_{III}$$

حال با تشکیل ضابطه خواسته شده می توان نقاط ناپیوسته را به صورت زیر بدست آورد

$$I)\ ۱ - x = ۰ \to x = ۱$$

$$II)\ ۱ - \frac{۱}{۱ - x} = ۰ \to ۱ = \frac{۱}{۱ - x} \to ۱ - x = ۱ \to x = ۰$$

$$III)\ ۱ - \frac{۱}{۱ - \frac{۱}{۱ - x}} = ۰ \to ۱ = \frac{۱}{۱ - \frac{۱}{۱ - x}} \to ۱ - \frac{۱}{۱ - x} = ۱ \to \frac{۱}{۱ - x} \neq ۰$$

بنابراین نقاط ناپیوسته $x = \{۰,۱\}$ می باشد .

حل تکنیکی : با توجه به این که گزینه ها معرف نقطه ناپیوستگی هستند ابتدا ضابطه خواسته شده را تشکیل داده سپس از گزینه ها استفاده می کنیم .

$$f(x)=\frac{۱}{۱-x}\rightarrow f\big(f(x)\big)=\frac{۱}{۱-\frac{۱}{۱-x}}\rightarrow f\Big(f\big(f(x)\big)\Big)=\frac{۱}{۱-\frac{۱}{۱-\frac{۱}{۱-x}}}$$

عدد صفر را در گزینه های ۳ و ۴ نقطه ناپیوستگی معرفی شده بر خلاف گزینه های ۱ و۲ که باید بررسی شود:

$$\frac{۱}{۱-\frac{۱}{۱-\frac{۱}{۱-x}}}\overset{x=۰}{\Longrightarrow}\frac{۱}{۱-\frac{۱}{۱-\frac{۱}{۱-۰}}}=\frac{۱}{۱-\frac{۱}{\underbrace{۱-۱}_{۰}}}$$

مخرج کسر صفر شد پس عدد ۰ نقطه ناپیوستگی تابع است (حذف گزینه های۲و۱)

عدد ۲ در گزینه ۴ نقطه ناپیوستگی معرفی شده بر خلاف گزینه های ۳ که باید بررسی شود:

$$\frac{۱}{۱-\frac{۱}{۱-\frac{۱}{۱-x}}}\overset{x=۲}{\Longrightarrow}\frac{۱}{۱-\frac{۱}{۱-\frac{۱}{۱-۲}}}=\frac{۱}{۱-\frac{۱}{۲}}$$

مخرج کسر صفر نشد پس عدد ۲ نقطه ناپیوستگی تابع نمی باشد (حذف گزینه۴)

۷. **گزینه ۱ صحیح است.**

$$\lim_{x\to۲}\underbrace{\frac{f(x)-f(۲)}{x-۲}}_{f'(۲)}=\frac{۳}{۴}\rightarrow f'(۲)=\frac{۳}{۴}$$

$$y=f\left(\underbrace{\sqrt[۳]{x+۵}}_{u}\right)\overset{y=f(u)\rightarrow y'=u'\times f'(u)}{\Longrightarrow}y'=\frac{۱}{۳\sqrt[۳]{(x+۵)^{۲}}}\times f'\big(\sqrt[۳]{x+۵}\big)$$

$$y'=\frac{۱}{۳\sqrt[۳]{(x+۵)^{۲}}}\times f'\big(\sqrt[۳]{x+۵}\big)\overset{x=۳}{\Longrightarrow}y'=\frac{۱}{۳\sqrt[۳]{(۳+۵)^{۲}}}\times f'\big(\sqrt[۳]{۳+۵}\big)$$

$$\rightarrow y'=\frac{۱}{۳\sqrt[۳]{۶۴}}\times f'\big(\sqrt[۳]{۸}\big)=\frac{۱}{۳\times۴}\times f'(۲)=\frac{۱}{۱۲}\times\frac{۳}{۴}=\frac{۱}{۱۶}$$

۸. گزینه ۳ صحیح است.

حل :

$$\begin{cases} x = (t+۱)e^t \\ y = t^۲e^t \end{cases}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{۲te^t + t^۲e^t}{e^t + (t+۱)e^t} = \frac{e^t(۲t+t^۲)}{e^t(t+۲)} = \frac{۲t+t^۲}{t+۲} = \frac{t(t+۲)}{(t+۲)} = t$$

$$\frac{d^۲y}{dx^۲} = \frac{d}{dx}\left(\frac{dy}{dx}\right) = \frac{d}{dt}\left(\frac{dy}{dx}\right) \times \frac{dt}{dx} \overset{\frac{dy}{dx}=t}{\Longrightarrow} \frac{d}{dt}(t) \times \frac{۱}{\frac{dx}{dt}} = ۱ \times \frac{۱}{e^t + (t+۱)e^t}$$

$$x = (t+۱)e^t \overset{x=۰}{\Longrightarrow} ۰ = (t+۱)e^t \rightarrow \begin{cases} t+۱ = ۰ \rightarrow t = -۱ \\ e^t \neq ۰ \end{cases}$$

$$\frac{d^۲y}{dx^۲} = \frac{۱}{e^t + (te^t + e^t)} = \frac{۱}{۲e^t + e^t} \overset{t=-۱}{\Longrightarrow} \frac{۱}{۲e^{-۱} + e^{-۱}} = \frac{۱}{e^{-۱}} = e$$

۹. گزینه ۳ صحیح است.

حل کلاسیک اول :

$$y = xe^{-\frac{x^۲}{۲}}$$

$$y' = (x)' \times e^{-\frac{x^۲}{۲}} + (e^{-\frac{x^۲}{۲}})' \times x = (۱) \times e^{-\frac{x^۲}{۲}} + \left(-x \times e^{-\frac{x^۲}{۲}}\right) \times x = e^{-\frac{x^۲}{۲}} - x^۲e^{-\frac{x^۲}{۲}}$$

$$\frac{y'}{y} = \frac{e^{-\frac{x^۲}{۲}} - x^۲e^{-\frac{x^۲}{۲}}}{xe^{-\frac{x^۲}{۲}}} = \frac{e^{-\frac{x^۲}{۲}}(۱-x^۲)}{xe^{-\frac{x^۲}{۲}}} = \frac{(۱-x^۲)}{x} \overset{x=\frac{۱}{۲}}{\Longrightarrow} \frac{۱-\frac{۱}{۴}}{\frac{۱}{۲}} = \frac{\frac{۳}{۴}}{\frac{۱}{۲}} = \frac{۳}{۲}$$

حل کلاسیک دوم :

$$y = xe^{-\frac{x^۲}{۲}} \overset{\text{گیری از طرفین تساوی } ln}{\Longrightarrow} lny = lnxe^{-\frac{x^۲}{۲}} \rightarrow lny = lnx + lne^{-\frac{x^۲}{۲}}$$

$$\rightarrow lny = lnx + -\frac{x^{۲}}{۲} lne \overset{lne=۱}{\Longrightarrow} lny = lnx - \frac{x^{۲}}{۲}$$

$$\frac{y'}{y} = \frac{۱}{x} - x \overset{x=\frac{۱}{۲}}{\Longrightarrow} \frac{۱}{\frac{۱}{۲}} - \frac{۱}{۲} = ۲ - \frac{۱}{۲} = \frac{۳}{۲}$$

۱۰. گزینه ۱ صحیح است.

$$y = x^{۲} e^{\frac{۱}{x}}$$

$$y' = ۲xe^{\frac{۱}{x}} + x^{۲}\left(\frac{-۱}{x^{۲}} e^{\frac{۱}{x}}\right) = ۲xe^{\frac{۱}{x}} - e^{\frac{۱}{x}} = e^{\frac{۱}{x}}(۲x - ۱)$$

$$\rightarrow \begin{cases} e^{\frac{۱}{x}} = ۰ & \text{غیر قابل قبول} \\ ۲x - ۱ = ۰ \rightarrow x = \frac{۱}{۲} \end{cases}$$

x	$-\infty$		$\frac{۱}{۲}$		$+\infty$
y'		$-$	۰	$+$	
y		↘	min	↗	

با توجه به جدول $x = \frac{۱}{۲}$ می نیمم نسبی تابع می باشد .

۱۱. گزینه ۳ صحیح است.

حل : با توجه به کاربرد دیفرانسیل در محاسبات تقریبی می توان گفت:

$$f(x + \Delta x) \cong f(x) + f'(x)\Delta x$$

$$\sqrt[۵]{\underbrace{(۳۱/۹۶)^{۳}}_{x}}$$

$$f(x) = \sqrt[۵]{x^{۳}} = x^{\frac{۳}{۵}}$$

$$f'(x) = \frac{۳}{۵} x^{\frac{-۲}{۵}} = \frac{۳}{۵\sqrt[۵]{x^{۲}}}$$

با فرض $x_0 = ۳۲$ و $\Delta x = ۳۱/۹۶ - ۳۲ = -۰/۰۴$ در صورتی که $f(x) = x^{\frac{۳}{۵}}$ باشد و $f'(x) = \frac{۳}{۵\sqrt[۵]{x^۲}}$ باشد در نتیجه داریم :

$$\sqrt[۵]{(۳۱/۹۶)^۳} \cong \sqrt[۵]{(۳۲)^۳} + \frac{۳}{۵\sqrt[۵]{(۳۲)^۲}} \times (-۰/۰۴)$$

$$= \sqrt[۵]{(۲^۵)^۳} + \frac{۳}{۵\sqrt[۵]{(۲^۵)^۳}} \times (-۰/۰۴) = ۲^۳ + \frac{۳}{۵ \times ۲^۲} \times (-۰/۰۴) = ۸ + \frac{۳}{۲۰} \times \frac{-۴}{۱۰۰}$$

$$= ۸ - \frac{۳}{۵۰۰} = ۸ - \frac{۶}{۱۰۰۰} = ۸ - ۰/۰۰۶ = ۷/۹۹۴$$

۱۲. گزینه ۴ صحیح است.

حل : با استفاده از روش تغییر متغیر داریم:

$$\int_{۰}^{۴} e^{\sqrt{x}} dx$$

$$\sqrt{x} = u \xrightarrow[\text{به توان ۲ میرسانیم}]{\text{طرفین تساوی را}} x = u^۲ \to dx = ۲udu$$

$$\int e^{\sqrt{x}} dx = \int ۲ue^u \, du = ۲(ue^u - e^u) + c = ۲(u-۱)e^u + c$$

$$\xrightarrow{u=\sqrt{x}} ۲(\sqrt{x}-۱)e^{\sqrt{x}} + c\Big]_{۰}^{۴} = ۲(\sqrt{۴}-۱)e^{\sqrt{۴}} - ۲(۰-۱)e^{۰} \xrightarrow{e^{۰}=۱} ۲(۱)e^۲ - ۰ - ۲(-۱)(۱) = ۲e^۲ + ۲$$

۱۳. گزینه ۱ صحیح است.

یادآوری : معادله خط مماس بر منحنی تابع f به زبان ساده یعنی $f'(x)$

$$f(x) = \int_{۱}^{x} \frac{dt}{\sqrt{t^۳ + ۳t}} \to f'(x) = \frac{۱}{\sqrt{x^۳ + ۳x}}$$

$$f'(x) = \frac{۱}{\sqrt{x^۳ + ۳x}} \xrightarrow{x=۱} \frac{۱}{\sqrt{۱^۳ + ۳(۱)}} = \frac{۱}{۲} \to f'(۱) = \frac{۱}{۲}$$ شیب خط مماس

$$f(x)=\int_{۱}^{x}\frac{dt}{\sqrt{t^۳+۳t}}\overset{x=۱}{\Longrightarrow}\int_{۱}^{۱}\frac{dt}{\sqrt{t^۳+۳t}}=۰\rightarrow f(۱)=۰$$

$$y-y_۰=m(x-x_۰)\rightarrow y-۰=\frac{۱}{۲}(x-۱)$$

$$\rightarrow y=\frac{۱}{۲}x-\frac{۱}{۲}\overset{\text{طرفین تساوی}\times ۲}{\Longrightarrow}۲y=x-۱\rightarrow ۲y-x+۱=۰$$

۱۴. گزینه ۳ صحیح است.

$$z=ln\frac{x^۲+y^۲}{\sqrt{xy}}\rightarrow e^z=\frac{x^۲+y^۲}{\sqrt{xy}}$$

$$\begin{cases}f(z)=e^z\\ \\ g(x,y)=\dfrac{x^۲+y^۲}{\sqrt{xy}}\end{cases}\rightarrow \text{درجه همگنی عدد ۱ می باشد}$$

$$x\frac{\partial z}{\partial x}+y\frac{\partial z}{\partial y}=۱\times\frac{e^z}{e^z}=۱$$

۱۵. گزینه ۲ صحیح است.

$$\begin{cases}y=۲۲-x^۲-۲x\\ y=۲x+۱\end{cases}\rightarrow ۲۲-x^۲-۲x=۲x+۱\rightarrow -x^۲-۴x+۲۱=۰$$

$$\overset{\text{کل تساوی}\times -۱}{\Longrightarrow}x^۲+۴x-۲۱=۰\rightarrow(x+۷)(x-۳)=۰\rightarrow\begin{cases}x=-۷ & \times\\ x=۳ & \checkmark\end{cases}$$

$$y=۲x+۱\overset{x=۳}{\Longrightarrow}y=۲(۳)+۱=۷$$

می باشد بنابراین می توان گفت : $(۳,۷)$نقطه تعادل

$$\text{مازاد مصرف کننده}=\int_{۰}^{x_۰}\left(\text{تقاضا}-y_۰\right)dx$$

$$\text{مازاد مصرف کننده} = \int_{۰}^{۳}(۲۲ - x^۲ - ۲x - ۷)dx = \int_{۰}^{۳}(-x^۲ - ۲x + ۱۵)dx$$

$$\left(-\frac{x^۳}{۳} - x^۲ + ۱۵x\right)\Big]_{۰}^{۳} = \left(-\frac{۳^۳}{۳} - ۳^۲ + ۱۵(۳)\right) - \left(-\frac{۰^۳}{۳} - ۰^۲ + ۱۵(۰)\right)$$

$$= \left(-\frac{۲۷}{۳} - ۹ + ۴۵\right) - (۰) = -۹ - ۹ + ۴۵ = ۲۷$$

۱۶. گزینه ۴ صحیح است.

$$z = ۲x^۲ - y^۲ + xy$$

$$۲x + y = ۸ \to y = ۸ - ۲x \xrightarrow{\text{در تابع قرار می دهیم}} z = ۲x^۲ - (۸ - ۲x)^۲ + x(۸ - ۲x)$$

$$z = ۲x^۲ - (۶۴ - ۳۲x + ۴x^۲) + ۸x - ۲x^۲ = ۲x^۲ - ۶۴ + ۳۲x - ۴x^۲ + ۸x - ۲x^۲$$

$$z = -۶۴ + ۴۰x - ۴x^۲ \to z' = ۴۰ - ۸x \to ۴۰ - ۸x = ۰ \to ۴۰ = ۸x \to x = ۵$$

$$y = ۸ - ۲x \xrightarrow{x=۵} y = ۸ - ۲(۵) = -۲$$

$$z = ۲x^۲ - y^۲ + xy \xrightarrow{(۵,-۲)} z = ۲(۵)^۲ - (-۲)^۲ + (۵)(-۲) = ۵۰ - ۴ - ۱۰ = ۳۶$$

۱۷. گزینه ۲ صحیح است.

حل :

$$\sum_{n=۱}^{\infty}\frac{۲^n - ۱}{۴^n} = \sum_{n=۱}^{\infty}\frac{۲^n}{۴^n} - \sum_{n=۱}^{\infty}\frac{۱}{۴^n} = \sum_{n=۱}^{\infty}\left(\frac{۲}{۴}\right)^n - \sum_{n=۱}^{\infty}\frac{۱}{۴^n} = \sum_{n=۱}^{\infty}\left(\frac{۱}{۲}\right)^n - \sum_{n=۱}^{\infty}\left(\frac{۱}{۴}\right)^n$$

$$= \frac{\overset{a_۱}{\frac{۱}{۲}}}{۱ - \underbrace{\frac{۱}{۲}}_{q}} - \frac{\overset{a_۱}{\frac{۱}{۴}}}{۱ - \underbrace{\frac{۱}{۴}}_{q}} = \frac{\frac{۱}{۲}}{\frac{۱}{۲}} - \frac{\frac{۱}{۴}}{\frac{۳}{۴}} = ۱ - \frac{۱}{۳} = \frac{۲}{۳}$$

۱۸. گزینه ۱ صحیح است.

حل حرفه ای : بدست آوردن دترمینان ماتریس با استفاده از روش ساروس به صورت زیر می باشد :

$$\begin{vmatrix} ۲ & ۱ & -۱ \\ ۰ & ۳ & ۴ \\ ۱ & ۲ & ۰ \end{vmatrix}$$

$$\begin{matrix} ۲ & ۱ & -۱ \\ ۰ & ۳ & ۴ \end{matrix}$$

$$|A| = ((۲ \times ۳ \times ۰)+(۰ \times ۲ \times -۱)+(۱ \times ۱ \times ۴)) - \big((۱ \times ۳ \times -۱) + (۲ \times ۲ \times ۴) + (۰ \times ۱ \times ۰)\big)$$

$$|A| = \big((۰) + (۰) + (۴)\big) - \big((-۳) + (۱۶) + (۰)\big) = (۴) - (۱۳) = -۹$$

$$A^{-۱}_{۲۳} = \frac{N_{۳۲}}{|A|} = \frac{(-۱)^{۳+۲} \times \begin{vmatrix} ۲ & -۱ \\ ۰ & ۴ \end{vmatrix}}{-۹} = \frac{-۱(۸ - ۰)}{-۹} = \frac{۸}{۹}$$

۱۹. گزینه ۴ صحیح است.

$$A = \frac{۱}{۲}\begin{bmatrix} \sqrt{۳} & ۱ \\ -۱ & \sqrt{۳} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{۳}}{۲} & \frac{۱}{۲} \\ -\frac{۱}{۲} & \frac{\sqrt{۳}}{۲} \end{bmatrix}$$

$$A^{۲} = A \times A = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{۳}}{۲} & \frac{۱}{۲} \\ -\frac{۱}{۲} & \frac{\sqrt{۳}}{۲} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{۳}}{۲} & \frac{۱}{۲} \\ -\frac{۱}{۲} & \frac{\sqrt{۳}}{۲} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\frac{\sqrt{۳}}{۲} \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} + \frac{۱}{۲} \times -\frac{۱}{۲}) & (\frac{\sqrt{۳}}{۲} \times \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۲} \times \frac{\sqrt{۳}}{۲}) \\ (-\frac{۱}{۲} \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} + \frac{\sqrt{۳}}{۲} \times -\frac{۱}{۲}) & (-\frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۲} + \frac{\sqrt{۳}}{۲} \times \frac{\sqrt{۳}}{۲}) \end{bmatrix}$$

$$A^{۲} = \begin{bmatrix} (\frac{۳}{۴} - \frac{۱}{۴}) & (\frac{\sqrt{۳}}{۴} + \frac{\sqrt{۳}}{۴}) \\ (\frac{-\sqrt{۳}}{۴} - \frac{\sqrt{۳}}{۴}) & (-\frac{۱}{۴} + \frac{۳}{۴}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\frac{۱}{۲}) & (\frac{\sqrt{۳}}{۲}) \\ (\frac{-\sqrt{۳}}{۲} & (\frac{۱}{۲}) \end{bmatrix}$$

$$A^{۳} = A^{۲} \times A = \underbrace{\begin{bmatrix} (\frac{۱}{۲}) & (\frac{\sqrt{۳}}{۲}) \\ (\frac{-\sqrt{۳}}{۲} & (\frac{۱}{۲}) \end{bmatrix}}_{A^{۲}} \times \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\sqrt{۳}}{۲} & \frac{۱}{۲} \\ -\frac{۱}{۲} & \frac{\sqrt{۳}}{۲} \end{bmatrix}}_{A} = \begin{bmatrix} (\frac{۱}{۲} \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} + \frac{\sqrt{۳}}{۲} \times -\frac{۱}{۲}) & (\frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۲} + \frac{\sqrt{۳}}{۲} \times \frac{\sqrt{۳}}{۲}) \\ (-\frac{\sqrt{۳}}{۲} \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} + \frac{۱}{۲} \times -\frac{۱}{۲}) & (-\frac{\sqrt{۳}}{۲} \times \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۲} \times \frac{\sqrt{۳}}{۲}) \end{bmatrix}$$

$$A^{۳} = \begin{bmatrix} (\frac{\sqrt{۳}}{۴} - \frac{\sqrt{۳}}{۴}) & (\frac{۱}{۴} + \frac{۳}{۴}) \\ (-\frac{۳}{۴} - \frac{۱}{۴}) & (-\frac{\sqrt{۳}}{۴} + \frac{\sqrt{۳}}{۴}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۰ & ۱ \\ -۱ & ۰ \end{bmatrix}$$