شامل ۱۷ جلد کتاب بهمراه ۸۰ فلش‌کارت

آموزش سه بعدی مفاهیم (کلاسیک،نکته‌ای،تکنیکی)

حل تکنیکی زیر ۴۰ ثانیه کلیه تست های سراسری و آزاد مجموعه مدیریت،حسابداری و اقتصاد

www.DLMgroup.ir

۶۶۹۰۳۵۴۷

۲۲۳۶۰۶۰۶

سوالات آزمون سراسری کارشناسی ارشد رشته های مدیریت و حسابداری ۱۳۹۳

۱) اگر A و B دو مجموعه باشند ، مجموعه $(A \cup B')' \cup (A - B')$ برابر کدام است ؟

۱) A ۲) A' ۳) B ۴) B'

۲) تابع با ضابطه $f(x) = \frac{|x|-|x+۴|+۴}{x}$ ، در کدام بازه معکوس پذیر است ؟

۱) $(۰,+\infty)$ ۲) $[-۴,۰)$ ۳) $(-\infty,-۴]$ ۴) $[-۴,+\infty)$

۳) اگر $f(x) = \frac{۱}{۲}x - [x]$ باشد ، مقدار $f(f(۷))$ کدام است ؟

۱) $-\frac{۱}{۲}$ ۲) $-\frac{۱}{۴}$ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) $\frac{۹}{۴}$

۴) برد تابع $f(x) = \left[\frac{۲}{x}\right]$ ، با دامنه $R - (-۲,۲]$ کدام است ؟

۱) $\{۰\}$ ۲) $\{-۱\}$ ۳) $\{-۱,۰\}$ ۴) $\{-۱,۰,۱\}$

۵) حد دنباله $(\frac{n^۲-۲n+۳}{n^۲+n})^n$ وقتی $n \to \infty$ کدام است ؟

۱) $e^{-۳}$ ۲) $e^{-۲}$ ۳) $e^{۲}$ ۴) $e^{۳}$

۶) اگر $f(x) = \frac{۱}{x^۲-x-۲}$ و $g(x) = \frac{۱}{x-۱}$ باشند ، مجموعه طول های نقاط ناپیوسته تابع $f(g(x))$ کدام است ؟

۱) $\{۰,۱\}$ ۲) $\left\{۱,\frac{۳}{۲}\right\}$ ۳) $\left\{۰,\frac{۳}{۲}\right\}$ ۴) $\left\{۰,۱,\frac{۳}{۲}\right\}$

۷) با حروف کلمه $METANAT$ چند رمز عبور چهار حرفی می توان ساخت ؟

۱) ۲۳۶ ۲) ۲۴۰ ۳) ۲۵۶ ۴) ۲۷۰

۸) خط به معادله $۲y + x = ۴$ ، مجانب های منحنی تابع $f(x) = \frac{x-۳}{x^۲-x-۶}$ را در دو نقطه A و B قطع می کند . فاصله این دو نقطه کدام است ؟

۱) $۳\sqrt{۲}$ ۲) $۴\sqrt{۲}$ ۳) $۲\sqrt{۵}$ ۴) $۳\sqrt{۵}$

۹) مشتق عبارت $(1+cos2x)tan^2x$ در نقطه $x=\frac{\pi}{12}$ کدام است ؟

۱) -1 ۲) $-\frac{1}{2}$ ۳) 1 ۴) $\frac{1}{2}$

۱۰) اگر $f(x)=(log_{10}^{x})^{-1}$ باشد ، نمودار تابع $y=x^{f(x)}$ با منحنی $y=-x^2+2x$ کدام وضعیت را دارد ؟

۱) غیر متقاطع ۲) دو نقطه تلاقی ۳) یک نقطه تلاقی ۴) مماس

۱۱) به ازای کدام مقادیر m منحنی تابع $y=x^m-mx$ در نقطه ای به طول ۱ دارای ماکزیمم نسبی است ؟

۱) $0<m<1$ ۲) $m<0$ ۳) $m>1$ ۴) $m<1$

۱۲) اگر $f(x)=\int_2^x \frac{dt}{\sqrt{t^2+5}}$ باشد ، معادله خط قائم بر منحنی $y=f(x)$ در نقطه $x=2$ واقع بر آن کدام است ؟

۱) $y+3x=6$ ۲) $y+2x=4$ ۳) $3y+x=2$ ۴) $3y-x=-2$

۱۳) مساحت ناحیه محدود به منحنی $y=xlnx$ و محور x ها و دو خط به معادلات $x=1$ و $x=e$ کدام است ؟

۱) $\frac{1}{2}(e^2-1)$ ۲) $\frac{1}{2}(e^2+1)$ ۳) $\frac{1}{4}(e^2+1)$ ۴) $\frac{1}{4}(e^2-1)$

۱۴) اگر x مقدار کالا و y قیمت واحد آن باشد ، در وضعیت رقابت کامل معادلات عرضه و تقاضا به صورت های $y=2x+9$ و $y=-x^2+2x+18, x\geq 1$ است . مازاد مصرف کننده در نقطه تعادل کدام است ؟

۱) $5\frac{1}{3}$ ۲) 10 ۳) 11 ۴) $8\frac{2}{3}$

۱۵) در تابع دو متغیری $z=xe^{y-x^2}+xy^2$ مقدار $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ در نقطه $(2,4)$ کدام است؟

۱) 1 ۲) 2 ۳) 3 ۴) 4

۱۶) طول نقطه عطف نمودار تابع $y = \frac{x}{۱+|x|}$ کدام است ؟

۱) -۱ ۲) صفر ۳) ۱ ۴) فاقد عطف

۱۷) بردار قائم بر رویه $z = x^۲ + y^۲$ در نقطه $(۱,۲,۵)$ کدام است ؟

۱) $\vec{i} + \overrightarrow{۲j}$ ۲) $\overrightarrow{۲i} - \vec{j}$ ۳) $\overrightarrow{۲i} + ۴\vec{j} + \vec{k}$ ۴) $\overrightarrow{۲i} + ۴\vec{j} - \vec{k}$

۱۸) رتبه $(RANK)$ ماتریس A کدام است ؟

$$A = \begin{bmatrix} ۱ & ۱ & ۲ & ۴ \\ ۲ & ۴ & ۵ & ۹ \\ ۰ & ۲ & ۱ & ۱ \\ ۱ & ۳ & ۳ & ۵ \end{bmatrix}$$

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

پاسخ تکنیکی و تشریحی آزمون سراسری کارشناسی ارشد

رشته های مدیریت و حسابداری ۱۳۹۳

۱. گزینه ۳ صحیح است .

حل کلاسیک :

$$(A \cup B')' \cup (\mathrm{A} - \mathrm{B}') = (A' \cap B) \cup (A \cap B) = B \cap (A' \cup A) = B \cap M = B$$

حل تکنیکی : مجموعه هایی را به دلخواه مثال زده و سوال را حل می کنیم که در نهایت جواب صورت سوال با جواب یکی از گزینه ها باید مطابقت داشته باشد.

$$M = \{۱,۲,۳,۴\} \quad A = \{۱,۲,۳\} \quad B = \{۳,۴\} \quad A' = \{۴\} \quad B' = \{۱,۲\}$$

$$(A \cup B')' \cup (\mathrm{A} - \mathrm{B}') = (\{۱,۲,۳\} \cup \{۱,۲\})' \cup (\{۱,۲,۳\} - \{۱,۲\})$$

$$(A \cup B')' \cup (\mathrm{A} - \mathrm{B}') = (\{۱,۲,۳\})' \cup \{۳\} = \{۴\} \cup \{۳\} = \{۳,۴\}$$

بررسی همه گزینه ها :

۱) $A = \{۱,۲,۳\}$ ۲) $A' = \{۴\}$ ۳) $B = \{۳,۴\}$ ✓ ۴) $B' = \{۱,۲\}$

۲. گزینه ۳ صحیح است .

حل :

$$f(x) = \frac{|x| - |x+۴| + ۴}{x}$$

۱) $x \leq -۴ \rightarrow f(x) = \dfrac{-x-(-x-۴)+۴}{x} \rightarrow f(x) = \dfrac{۸}{x}$ معکوس پذیر است

۲) $-۴ < x \leq ۰ \rightarrow f(x) = \dfrac{-x-(x+۴)+۴}{x} \rightarrow f(x) = -۲$ معکوس پذیر نیست

۳) $x > ۰ \rightarrow f(x) = \dfrac{x-(x+۴)+۴}{x} \rightarrow f(x) = ۰$ معکوس پذیر نیست

در ضابطه های ۲ و ۳ عدد ثابت بدست آمده و همان طور که می دانید $f(x)=k$ غیر یک به یک و معکوس ناپذیر است بنابراین تابع در بازه $(-\infty,-۴]$ معکوس پذیر است .

۳. گزینه ۴ صحیح است .

حل حرفه ای : برای بدست آوردن مجهولات کافیست از تکنیک از راست به چپ استفاده کنیم یعنی بدست آوردن مجهولات از راست به چپ به ترتیب ، بنابراین داریم :

$$f(x)=\frac{۱}{۲}x-[x]$$

$$f\left(\underbrace{f(۷)}_{I}\right)=\underbrace{f\left(\frac{-۷}{۲}\right)}_{II}=\frac{۹}{۴}$$

$$\begin{cases} I)\, f(۷)=\frac{۷}{۲}-[۷]=\frac{۷}{۲}-۷=\frac{-۷}{۲} \\ II)\, f\left(\frac{-۷}{۲}\right)=\frac{۱}{۲}\times-\frac{۷}{۲}-\left[-\frac{۷}{۲}\right]=-\frac{۷}{۴}+۴=\frac{۹}{۴} \end{cases}$$

۴. گزینه ۳ صحیح است .

حل کلاسیک :

$$f(x)=\left[\frac{۲}{x}\right]\quad ,D_f=R-(-۲,۲]=(-\infty,۲],(۲,+\infty)$$

$$-\infty<x\le ۲\xRightarrow{\text{معکوس}}\frac{۱}{-\infty}>\frac{۱}{x}\ge\frac{۱}{۲}\to ۰>\frac{۱}{x}\ge\frac{-۱}{۲}\xRightarrow{\text{کل نامساوی}\times ۲}۰>\frac{۲}{x}\ge\frac{-۲}{۲}$$

$$۰>\frac{۲}{x}\ge -۱\to -۱\le\frac{۲}{x}<۰\to\left[\frac{۲}{x}\right]=-۱$$

$$۲<x<+\infty\xRightarrow{\text{معکوس}}\frac{۱}{۲}>\frac{۱}{x}>\frac{۱}{+\infty}\to\frac{۱}{۲}>\frac{۱}{x}\ge ۰\xRightarrow{\text{کل نامساوی}\times ۲}۱>\frac{۲}{x}>۰$$

$$۰<\frac{۲}{x}<۱\to\left[\frac{۲}{x}\right]=۰$$

در نتیجه برد تابع $f(x)=\left[\frac{۲}{x}\right]$ فقط $\{-۱,۰\}$ می باشد .

حل تکنیکی : از تکنیک دوم برد استفاده می کنیم یعنی اعدادی را به x داده و y بدست آمده را با گزینه ها مقایسه می کنیم .

$$f(x) = \left[\frac{۲}{x}\right] \quad , D_f = R \overset{\text{نیست}}{\setminus} \underset{\text{نیست}}{(} -۲,۲ \underset{\text{هست}}{]} \rightarrow \begin{cases} x = -۲ \checkmark \\ x = ۲ \times \end{cases}$$

x	-۲	۱۰
y	$\underset{\text{حذف گزینه ۱}}{-۱}$	$\underset{\text{حذف گزینه ۲}}{۰}$

دقت شود که عدد $x = ۲$ جز دامنه نیست بنابراین عدد ۱ جز برد نمی باشد(حذف گزینه ۴)

۵. گزینه ۱ صحیح است.

حل تکنیکی : در تمامی گزینه ها e وجود دارد پس به راحتی می توان فهمید که باید از تکنیک e^{λ} استفاده کرد :

$$\lambda = \left[\left[\left(\text{پرانتز سوال}\right) - ۱\right] \times \text{توان پرانتز سوال}\right]$$

$$\lambda = \left[\left(\frac{n^۲ - ۲n + ۳}{n^۲ + n} - ۱\right) \times n\right] = \left(\frac{n^۲ - ۲n + ۳}{n^۲ + n} - \frac{n^۲ + n}{n^۲ + n}\right) \times n$$

$$\lambda = \frac{n^۲ - ۲n + ۳ - n^۲ - n}{n^۲ + n} \times n = \frac{-۳n^۲ + ۳n}{n^۲ + n} \rightarrow \lim_{n\to\infty} \frac{-۳n^۲}{n^۲} = -۳$$

$$\rightarrow e^{\lambda} = e^{-۳}$$

۶. گزینه ۴ صحیح است.

حل کلاسیک :

$$f(x) = \frac{۱}{x^۲ - x - ۲} \quad , \quad g(x) = \frac{۱}{x - ۱}$$

$$f\big(g(x)\big) = \frac{۱}{g(x)^۲ - g(x) - ۲} = \frac{۱}{\left(\frac{۱}{x - ۱}\right)^۲ - \frac{۱}{x - ۱} - ۲}$$

در توابع کسری به ازای ریشه های مخرج ناپیوستگی داریم :

$$\begin{cases} x-۱=۰ \to x=۱ \\ (\frac{۱}{x-۱})^۲-\frac{۱}{x-۱}-۲=۰ \xRightarrow{\frac{۱}{x-۱}=A} A^۲-A-۲=۰ \to (A-۲)(A+۱)=۰ \end{cases}$$

$$\to \begin{cases} A=۲ \\ A=-۱ \end{cases} \to \begin{cases} \frac{۱}{x-۱}=۲ \to ۱=۲x-۲ \to ۳=۲x \to x=\frac{۳}{۲} \\ \frac{۱}{x-۱}=-۱ \to ۱=-x+۱ \to x=۰ \end{cases}$$

بنابراین نقاط ناپیوستگی اعداد $\{۰,۱,\frac{۳}{۲}\}$ می باشد .

حل تکنیکی : با توجه به این که گزینه ها معرف نقطه ناپیوستگی هستند ابتدا ضابطه خواسته شده را تشکیل داده سپس از گزینه ها استفاده می کنیم .

$$f(x)=\frac{۱}{x^۲-x-۲} \quad , \quad g(x)=\frac{۱}{x-۱}$$

$$f\big(g(x)\big)=\frac{۱}{g(x)^۲-g(x)-۲}=\frac{۱}{(\frac{۱}{x-۱})^۲-\frac{۱}{x-۱}-۲}$$

عدد ۱ در گزینه های ۱ و ۲ و۴ نقطه ناپیوستگی معرفی شده ولی در گزینه ۲ خیر که باید بررسی شود:

$$\frac{۱}{(\frac{۱}{x-۱})^۲-\frac{۱}{x-۱}-۲} \xRightarrow{x=۱} \frac{۱}{(\frac{۱}{۱-۱})^۲-\frac{۱}{۱-۱}-۲}$$

مخرج کسر صفر شد پس عدد ۱ نقطه ناپیوستگی تابع است (حذف گزینه۳)

حال عدد صفر را مورد بررسی قرار می دهیم :

$$\frac{۱}{(\frac{۱}{x-۱})^۲-\frac{۱}{x-۱}-۲} \xRightarrow{x=۰} \frac{۱}{(\frac{۱}{۰-۱})^۲-\frac{۱}{۰-۱}-۲}=\frac{۱}{\underbrace{۱+۱-۲}_{۰}}$$

مخرج کسر صفر شد پس عدد صفر نقطه ناپیوستگی تابع است (حذف گزینه۲)

حال عدد $\frac{۳}{۲}$ را مورد بررسی قرار می دهیم :

$$\frac{۱}{(\frac{۱}{x-۱})^{۲}-\frac{۱}{x-۱}-۲} \xRightarrow{x=\frac{۳}{۲}} \frac{۱}{(\frac{۱}{\frac{۳}{۲}-۱})^{۲}-\frac{۱}{\frac{۳}{۲}-۱}-۲} = \frac{۱}{\underbrace{۴-۲-۲}_{۰}}$$

مخرج کسر صفر شد پس عدد $\frac{۳}{۲}$ نقطه ناپیوستگی تابع است (حذف گزینه۱)

۷. گزینه ۴ صحیح است.

حل :

۱:چهار حرف با حروف متفاوت :

$$\binom{۵}{۴} \times ۴! = ۵ \times ۴! = ۵ \times ۲۴ = ۱۲۰$$

۲: چهار حرف با استفاده از دو حرف تکراری T :

$$\binom{۴}{۲} \times \frac{۴!}{۲!} = \frac{۴ \times ۳}{۲ \times ۱} \times \frac{۴ \times ۳ \times ۲!}{۲!} = ۶ \times ۱۲ = ۷۲$$

۳: چهار حرف با استفاده از دو حرف تکراری A :

$$\binom{۴}{۲} \times \frac{۴!}{۲!} = \frac{۴ \times ۳}{۲ \times ۱} \times \frac{۴ \times ۳ \times ۲!}{۲!} = ۶ \times ۱۲ = ۷۲$$

۴. چهار حرف با استفاده از دو حرف تکراری T و دو حرف تکراری A :

$$\frac{۴!}{۲!\,۲!} = \frac{۴ \times ۳ \times ۲ \times ۱}{۲ \times ۱ \times ۲ \times ۱} = ۶$$

در نتیجه می توان گفت کلیه کلمات به صورت زیر می باشد :

$$۱۲۰ + ۷۲ + ۷۲ + ۶ = ۲۷۰$$

۸. **گزینه ۴ صحیح است.**

$$f(x)=\frac{x-۳}{x^۲-x-۶}=\frac{x-۳}{(x-۳)(x+۲)}\rightarrow f(x)=\frac{۱}{(x+۲)}$$

مجانب افقی یعنی محاسبه حد تابع در بی نهایت :

$$\lim_{x\to\infty}\frac{۱}{(x+۲)}=\frac{۱}{\infty}=۰\rightarrow y=۰$$ مجانب افقی

مجانب قائم یعنی بدست آوردن ریشه مخرج :

$$f(x)=\frac{۱}{(x+۲)}\xRightarrow{\text{ریشه مخرج}}x+۲=۰\rightarrow x=-۲$$

$$۲y+x=۴\xRightarrow{x=-۲}۲y-۲=۴\rightarrow ۲y=۶\rightarrow y=۳\qquad A(-۲,۳)$$

$$۲y+x=۴\xRightarrow{y=۰}۲(۰)+x=۴\rightarrow x=۴\qquad B(۴,۰)$$

$$AB=\sqrt{\Delta x^۲+\Delta y^۲}=\sqrt{(۴-(-۲)^۲+(۰-۳)^۲}=\sqrt{۳۶+۹}=۳\sqrt{۵}$$

۹. **گزینه ۳ صحیح است.**

یادآوری : $cos۲x=۲cos^۲x-۱$

$$(۱+cos۲x)tan^۲x=(۱+۲cos^۲x-۱)\times\frac{sin^۲x}{cos^۲x}=(۲cos^۲x)\times\frac{sin^۲x}{cos^۲x}$$

$$\rightarrow y=(۲sin^۲x)\rightarrow y'=۲\times۲\times sinx\times cosx=۴sinxcosx$$

$$y'=۲sin۲x\xRightarrow{x=\frac{\pi}{۱۲}}۲\times sin\frac{\pi}{۶}=۲\times\frac{۱}{۲}=۱$$

۱۰. **گزینه ۱ صحیح است.**

$$f(x)=(log_{۱۰}^{x})^{-۱}\xRightarrow{D_f=x>۰}f(x)=\frac{۱}{log_{۱۰}^{x}}=\ log_x^{۱۰}$$

$$y=x^{f(x)}\rightarrow y=x^{log_x^{۱۰}}\xRightarrow{alog_a^x=x}y=۱۰$$

$$\begin{cases}y=-x^۲+۲x\\y=۱۰\end{cases}\rightarrow ۱۰=-x^۲+۲x\rightarrow -x^۲+۲x-۱۰=۰$$

$\Delta=b^۲-۴ac=۲^۲-۴(-۱)(-۱۰)=۴-۴۰=-۳۶\rightarrow\Delta<۰$ فاقد ریشه

بنابراین این دو نمودار یکدیگر را قطع نمی کنند .

۱۱. گزینه ۱ صحیح است.

حل :

$$y = x^m - mx \to y' = mx^{m-۱} - m$$

چون در $x = ۱$ دارای ماکزیمم نسبی است پس باید $y'(۱) = ۰$ باشد بنابراین داریم :

$$y'(۱) = ۰ \to m(۱)^{m-۱} - m = ۰ \to m - m = ۰ \to ۰ = ۰$$ همیشه صادق

با توجه به آزمون مشتق دوم برای داشتن ماکزیمم باید $y'(۱) < ۰$ باشد .

$$y'' = m(m-۱)x^{m-۲} \to y''(۱) = m(m-۱)$$

$$m(m-۱) = ۰ \to \begin{cases} m = ۰ \\ m = ۱ \end{cases}$$

m		۰		۱	
y''	$+$	○	$-$	○	$+$

با توجه به این که ناحیه منفی را می خواهیم پس $۰ < m < ۱$ جواب است .

۱۲. گزینه ۱ صحیح است.

حل:

$$f(x) = \int_{۲}^{x} \frac{dt}{\sqrt{t^۲ + ۵}} \overset{x=۲}{\Longrightarrow} f(x) = \int_{۲}^{۲} \frac{dt}{\sqrt{t^۲ + ۵}} = ۰ \quad A(۲,۰)$$

$$f'(x) = \frac{۱}{\sqrt{x^۲ + ۵}} \overset{x=۲}{\Longrightarrow} f'(x) = \frac{۱}{\sqrt{۳^۲ + ۵}} = \frac{۱}{۳}$$ شیب خط مماس $= -۳$, شیب خط قائم

$$y - ۰ = -۳(x - ۲) \to y = -۳x + ۶ \to y + ۳x = ۶$$

۱۳ .گزینه ۳ صحیح است.

راه اول کلاسیک:

$$\begin{cases} u = lnx \\ du = \frac{۱}{x}dx \end{cases} \quad , \quad xdx = dv \to \frac{x^۲}{۲} = v$$

$$\int xlnxdx = \frac{x^۲}{۲}lnx - \int \frac{x^۲}{۲} \times \frac{dx}{x} = \frac{x^۲}{۲}lnx - \frac{۱}{۲}\int xdx$$

$$\xrightarrow{\int xdx = \frac{x^{n+۱}}{n+۱}+c} \frac{x^۲}{۲}lnx - \frac{۱}{۲}\left(\frac{x^{۱+۱}}{۱+۱}\right) + c = \frac{x^۲}{۲}lnx - \frac{۱}{۲}\left(\frac{x^۲}{۲}\right) + c = \left(\frac{x^۲}{۲}lnx - \frac{x^۲}{۴}\right)]_۱^e$$

$$= \left(\frac{e^۲}{۲}lne - \frac{e^۲}{۴}\right) - \left(\frac{۱^۲}{۲}ln۱ - \frac{۱^۲}{۴}\right) \frac{ln۱ = ۰}{lne = ۱} (\frac{e^۲}{۲} \times ۱ - \frac{e^۲}{۴}) - \left(\frac{۱}{۲}(۰) - \frac{۱}{۴}\right)$$

$$= \left(\frac{e^۲}{۲} - \frac{e^۲}{۴}\right) - \left(۰ - \frac{۱}{۴}\right) = \frac{e^۲}{۲} - \frac{e^۲}{۴} + \frac{۱}{۴} = \frac{e^۲}{۴} + \frac{۱}{۴} = \frac{۱}{۴}(e^۲ + ۱)$$

راه دوم کلاسیک : فرمول جالب: $\int x^n lnxdx = \frac{x^{n+۱}}{n+۱}lnx - \frac{x^{n+۱}}{(n+۱)^۲} + c$

$$S = \left|\int_۱^e xlnxdx\right| = \left|[\frac{x^{۱+۱}}{۱+۱}lnx - \frac{x^{۱+۱}}{(۱+۱)^۲}]_۱^e\right| = \left|[\frac{x^۲}{۲}lnx - \frac{x^۲}{۴}]_۱^e\right|$$

$$= \left[\left(\frac{e^۲}{۲} - \frac{e^۲}{۲}\right) - \left(۰ - \frac{۱}{۴}\right)\right] = \frac{۱}{۴}(e^۲ + ۱)$$

حل تکنیکی: محاسبه با فرمول $[f(a) + f(b)] \times \frac{b-a}{۲}$

$$\int_۱^e x\, lnxdx = \int_۱^۲ + \int_۲^e$$

$$\left(\left[۱\underbrace{ln۱}_{۰} + ۲\underbrace{ln۲}_{۰/۷}\right] \times \frac{۲-۱}{۲}\right) + ([۲ln۲ + e\underbrace{lne}_{۱}] \times \frac{e-۲}{۲}$$

$$[[۱(۰) + ۲(۰/۷)] \times \frac{۱}{۲}) + ([۲(۰/۷) + e(۱)] \times \frac{e-۲}{۲}$$

$$\xrightarrow{e=۲/۷} [(۰ + ۱/۴) \times \frac{۱}{۲})] + [۱/۴ + ۲/۷] \times \frac{۲/۷ - ۲}{۲}$$

$$[(۰/۷)] + [(۴/۱) \times \frac{۰/۷}{۲}] \cong ۰/۷ + ۱/۴ = ۲/۱$$

بررسی همه گزینه ها :

۱) $\frac{۱}{۲}(e^{۲}-۱)=\frac{۱}{۲}(۷/۲-۱)=۳/۱$ ۲) $\frac{۱}{۲}(e^{۲}+۱)=\frac{۱}{۲}(۷/۲+۱)=۴/۱$

۳✓) $\frac{۱}{۴}(e^{۲}+۱)=\frac{۱}{۴}(۷/۲+۱)=۲/۰۵$ ۴) $\frac{۱}{۴}(e^{۲}-۱)=\frac{۱}{۴}(۷/۲-۱)=۱/۵۵$

۱۴. گزینه ۱ صحیح است.

حل :

$$\begin{cases} y=۲x+۹ \\ y=-x^{۲}+۲x+۱۸ \end{cases}$$

برای بدست آوردن نقطه تعادل باید تابع عرضه و تقاضا را با هم برابر قرار دهیم :

$$۲x+۹=-x^{۲}+۲x+۱۸ \rightarrow x^{۲}-۹=۰ \rightarrow x^{۲}=۹ \rightarrow \begin{cases} x=۳ \checkmark \\ x=-۳ \times \end{cases}$$

$$y=۲x+۹ \xRightarrow{x=۳} y=۲(۳)+۹=۱۵$$

در صورت مساله $x \geq ۱$ در نظر گرفته شده پس حد پایین انتگرال $x=۱$ می باشد .

$$\int_{۱}^{۳}(-x^{۲}+۲x+۱۸-۱۵)dx=\int_{۱}^{۳}(-x^{۲}+۲x+۳)dx=(-\frac{x^{۳}}{۳}+x^{۲}+۳x)]_{۱}^{۳}$$

$$=\left(-\frac{۳^{۳}}{۳}+۳^{۲}+۳(۳)\right)-\frac{۱^{۳}}{۳}+۱^{۲}+۳(۱)=(-۹+۹+۹)-(-\frac{۱}{۳}+۴)$$

$$=۹-\frac{۱۱}{۳}=\frac{۱۶}{۳}=۵\frac{۱}{۳}$$

۱۵. گزینه ۱ صحیح است.

حل :

$$z = xe^{y-x^{۲}} + xy^{۲}$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = xe^{y-x^{۲}} + ۲xy$$

$$\frac{\partial^{۲} z}{\partial x \partial y} = ۱ \times e^{y-x^{۲}} + x\left(-۲xe^{y-x^{۲}}\right) + ۲y \overset{(۲,۴)}{\Longrightarrow} e^{۴-۲^{۲}} + ۲\left(-۲(۲)e^{۴-۲^{۲}}\right) + ۲(۴)$$

$$\rightarrow \frac{\partial^{۲} z}{\partial x \partial y} = e^{۰} + ۲(-۲(۲)e^{۰}) = ۱ + ۲ \times -۴ = ۱ - ۸ + ۸ = ۱$$

۱۶. گزینه ۲ صحیح است.

حل کلاسیک : ابتدا باید عبارت داخل قدر مطلق را تعیین علامت کنیم و قدر مطلق را برداریم :

$$y = \frac{x}{۱ + |x|}$$

$$\rightarrow y' = \begin{cases} \dfrac{۱}{(۱+x)^{۲}} & x > ۰ \\ \dfrac{۱}{(۱-x)^{۲}} & x < ۰ \end{cases} \qquad \rightarrow y'' = \begin{cases} \dfrac{-۲}{(۱+x)^{۳}} & x > ۰ \\ \dfrac{۲}{(۱-x)^{۳}} & x < ۰ \end{cases}$$

این تابع در $x = ۰$ پیوسته است یعنی می توان گفت :

$\lim\limits_{x \to ۰^{+}} y = \lim\limits_{x \to ۰^{+}} = ۰ \quad , \quad y(۰) = ۰ \rightarrow$ پیوسته

$y'_{+}(۰) = y'_{-}(۰) = ۱ \rightarrow$ دارای خط مماس

$y''_{+}(۰) = -۲ \quad , \quad y''_{-}(۰) = ۲ \rightarrow$ جهت تقعر عوض شده

هر سه شرط را برای داشتن نقطه عطف در $x = ۰$ دارد .

حل نکته ای : اگر با تبدیل x به $-x$ ، y هم به $-y$ تبدیل شود می توان گفت تابع فرد داریم و مبدا مختصات نقطه ی عطف می باشد :

$$y = \frac{x}{۱ + |x|} \xrightarrow{\text{به جای } x \text{ ها } -x \text{قرار می دهیم}} \frac{-x}{۱ + |-x|} = -\frac{x}{۱ + |x|} = -y \Rightarrow I(۰,۰)$$

۱۷. گزینه ۴ صحیح است.

حل : بردار قائم بر رویه به صورت زیر بدست می آید :

$$\bar{V} f = \frac{\partial f}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial f}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial f}{\partial z}\vec{k}$$

$$z = x^۲ + y^۲ \rightarrow f: x^۲ + y^۲ - z = ۰$$

$$\bar{V} f = (۲x)\vec{i} + (۲y)\vec{j} + (-۱)\vec{k} \xRightarrow{(۱,۲,۵)} \bar{V} f = ۲\vec{i} + ۴\vec{j} - \vec{k}$$

۱۸. گزینه ۳ صحیح است.

حل :

$$A = \begin{bmatrix} ۱ & ۱ & ۲ & ۴ \\ ۲ & ۴ & ۵ & ۹ \\ ۰ & ۲ & ۱ & ۱ \\ ۱ & ۳ & ۳ & ۵ \end{bmatrix}$$

مشاهده می کنید که سطر دوم برابر است با حاصل جمع سطر اول و چهارم و نیز سطر سوم برابر است با سطر چهارم منهای سطر اول بنابراین سطرهای دوم و سوم وابسته بوده و دو سطر مستقل وجود دارد و می توان نتیجه گرفت کلیه ماتریس های ۴ × ۴ , ۳ × ۳ دارای دترمینان صفر خواهد بود .

$$A = \begin{bmatrix} ۱ & ۱ \\ ۱ & ۳ \end{bmatrix} \rightarrow A = \begin{vmatrix} ۱ & ۱ \\ ۱ & ۳ \end{vmatrix} = (۱ \times ۳) - (۱ \times ۱) = ۲ \neq ۰ \rightarrow RANK(A) = ۲$$