شامل ۱۷ جلد کتاب بهمراه ۸۰ فلش‌کارت

آموزش سه بعدی مفاهیم (کلاسیک،نکته‌ای،تکنیکی)

حل تکنیکی زیر ۴۰ ثانیه کلیه تست های سراسری و آزاد مجموعه مدیریت،حسابداری و اقتصاد

www.DLMgroup.ir

۶۶۹۰۳۵۴۷

۲۲۳۶۰۶۰۶

سوالات آزمون سراسری کارشناسی ارشد رشته های مدیریت و حسابداری ۱۳۹۲

۱) اگر $f(x)=\sqrt{۳-x^{۲}+۲x}$ و $g(x)=۲^{x-۱}$ باشد، آن گاه برد تابع gof کدام است؟

۱) $[۰,۲]$ ۲) $[۱,\infty)$ ۳) $[۱,۲]$ ۴) $[\frac{۱}{۲},۲]$

۲) حاصل $\lim_{x\to ۰}(۱+xln۲)^{\frac{۳}{x}}$ کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۸ ۳) $ln۶$ ۴) $ln۸$

۳) اگر $\lim_{x\to ۱}\frac{۲x-\sqrt{x+۳}}{x^{۲}+ax+b}=\frac{۱}{۴}$، b کدام است؟

۱) -۶ ۲) -۴ ۳) ۴ ۴) ۶

۴) در بسط عبارت $(x-\frac{۱}{\sqrt{۲x}})^{۹}$ ، ضریب جمله شامل $x^{۳}$ کدام است؟

۱) ۲۴/۵ ۲) ۲۸ ۳) ۳۱/۵ ۴) ۳۵

۵) مجانب های منحنی به معادله $y=\frac{x^{۳}-۲x^{۲}-۵x}{x^{۲}+x-۲}$ در نقاط A و B متقاطع اند. فاصله این دو نقطه تلاقی کدام است؟

۱) $۲\sqrt{۲}$ ۲) $۳\sqrt{۲}$ ۳) $\sqrt{۵}$ ۴) $\sqrt{۱۰}$

۶) نقطه $M(x,y)$ بر روی دایره ای به مرکز مبدا و شعاع ۵ بر نقطه $A(۳,۴)$ نزدیک می شود. شیب خط AM وقتی M به A بسیار نزدیک شود،کدام است؟

۱) $\frac{-۴}{۳}$ ۲) $\frac{-۳}{۴}$ ۳) $\frac{۴}{۳}$ ۴) $\frac{۳}{۴}$

۷) تابع با ضابطه $f(x)=\begin{cases}\frac{sin\pi x}{x^{۲}-x} & , x\neq ۰,۱\\ a & x=۰,۱\end{cases}$ به ازای کدام مقدار a بر روی R پیوسته است؟

۱) π ۲) $-\pi$ ۳) $-\pi,\pi$ ۴) هیچ مقدار a

۸) با کدام مجموعه مقادیر k خط به معادله $y = k$ نمودار تابع $y = x^{۳} - ۱۲x$ را در سه نقطه قطع می کند؟

۱) $-۱۶ < k < ۱۲$ ۲) $-۱۲ < k < ۱۶$

۳) $|k| < ۱۲$ ۴) $|k| < ۱۶$

۹) اگر $\lim_{h \to ۰} \frac{f(x+h)-f(x)}{h} = \frac{۱}{\sqrt{۴+x^{۲}}}$ باشد، مشتق تابع $f(۲tanx)$ در نقطه $x = \frac{۲\pi}{۳}$ کدام است؟

۱) -۲ ۲) -۱ ۳) ۱ ۴) ۲

۱۰) نسبت تغییرات عبارت $x^{۲} + x$ به تغییر $x - \sqrt{x}$ در لحظه $x = ۴$ کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۶ ۳) ۹ ۴) ۱۲

۱۱) مشتق مرتبه سوم تابع $f(x) = (۲x - ۱)^{۳} \frac{۲x+۱}{\sqrt[۳]{۲x-۹}}$ در نقطه $x = \frac{۱}{۲}$ کدام است؟

۱) -۴۸ ۲) -۳۶ ۳) -۲۴ ۴) -۱۲

۱۲) کمترین مقدار تابع با ضابطه $y = x^{۲} - x - lnx$ کدام است؟

۱) $-\frac{۱}{۴} + ln۲$ ۲) $\frac{۳}{۴} - ln۲$ ۳) ۰ ۴) ۱

۱۳) مساحت ناحیه محدود به منحنی $y = xe^{۲x}$ و محور x ها و خط به معادله $x = ۲$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}(e^{۴} + ۱)$ ۲) $\frac{۱}{۴}(۳e^{۴} - ۱)$

۳) $\frac{۱}{۴}(۳e^{۴} + ۱)$ ۴) $\frac{۱}{۴}(۲e^{۴} - ۱)$

۱۴) حاصل انتگرال $\int_{۰}^{۲} \frac{dx}{x^{۲}-۴x+۸}$ کدام است؟

۱) $\frac{۳}{۴}$ ۲) $\frac{\pi}{۴}$ ۳) $\frac{۳}{۸}$ ۴) $\frac{\pi}{۸}$

۱۵) در تابع دو متغیری $z=\sqrt{۱۷-۴x^۲-y^۲+۸x+۴y}$ تغییرات z در کدام بازه است؟

۱) $[۰,۴]$ ۲) $[۰,۵]$ ۳) $[۱,۵]$ ۴) $[۱,۴]$

۱۶) اگر $z=ln(x^۲+۲y^۲)+\frac{x+y}{x-y}$ مقدار $x\frac{\partial z}{\partial x}+y\frac{\partial z}{\partial y}$ در نقطه $(۱,۲)$ کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

۱۷) از رابطه $z^۲-xz+e^{y-۲x}=۴$ مقدار z'_x در نقطه $(۲,۴,-۱)$ کدام است؟

۱) $\frac{-۱}{۴}$ ۲) $\frac{-۱}{۲}$ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $\frac{۱}{۴}$

۱۸) دیفرانسیل کامل تابع $z=x^۲y+tan^{-۱}\frac{y}{x}$ به ازای $x=۱$ و $y=-۱$ کدام است؟

۱) $\frac{۳}{۲}(dy-dx)$ ۲) $\frac{۳}{۲}(dx-dy)$

۳) $\frac{۱}{۲}(۲dx-dy)$ ۴) $\frac{۱}{۲}(۲dy-dx)$

۱۹) نقطه بحرانی تابع $f(x,y)=x^۳+۳x^۲+۴xy+y^۲$ چگونه است؟

۱) $(\frac{۱}{۳},\frac{-۲}{۳})$ ماکزیمم ۲) $(\frac{۲}{۳},\frac{-۴}{۳})$ ماکزیمم

۳) $(\frac{۱}{۳},\frac{-۲}{۳})$ می نیمم ۴) $(\frac{۲}{۳},\frac{-۴}{۳})$ می نیمم

۲۰) در وضعیت رقابت کامل تابع تقاضا $y=-x^۲-x+۳۱$ و تابع عرضه $y=۲x+۳$ که در آن x مقدار کالا و y قیمت واحد کالا است مازاد مصرف کننده کدام است؟

۱) $۶۳\frac{۱}{۳}$ ۲) $۶۸\frac{۱}{۳}$ ۳) $۶۵\frac{۲}{۳}$ ۴) $۵۰\frac{۲}{۳}$

۲۱) شیب خط مماس بر منحنی $y=f(x)$ در هر نقطه $M(x,y)$ واقع بر آن به صورت $\frac{۲x-۱}{y}$ است. اگر این منحنی محور y ها را با عرض ۲ قطع کند. آن گاه $f(۳)$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

۲۲) به ازای کدام مقدار a دستگاه معادلات $\begin{cases} x+۲y-z=۰ \\ ۲x-y+z=۰ \\ ax+۳y-z=۰ \end{cases}$ جواب های غیر صفر دارد؟

۱) -۲ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۲۳) رتبه $(RANK)$ ماتریس $\begin{bmatrix} ۲ & -۱ & ۳ \\ ۴ & ۲ & -۶ \\ ۲ & ۱ & -۳ \end{bmatrix}$ کدام است؟

۱) ۰ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۲۴) اگر $A=\begin{bmatrix} ۴ & ۲ \\ ۵ & -۳ \end{bmatrix}$ مجموع درایه های ستون اول معکوس ماتریس $A-۳I$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{-۱}{۵}$ ۳) $\frac{۱}{۵}$ ۴) $\frac{-۱}{۲}$

پاسخ تکنیکی و تشریحی آزمون سراسری کارشناسی ارشد

رشته های مدیریت و حسابداری ۱۳۹۲

۱. گزینه ۴ صحیح است .

حل :

$$f(x)=\sqrt{۳-x^{۲}+۲x}=\sqrt{-(x^{۲}+۲x+۱-۱)+۳}=\sqrt{۴-(x+۱)^{۲}}$$

با توجه به اینکه $(x+۱)^{۲}\geq ۰$ می باشد بنابراین $۰\leq f(x)\leq ۲$ می باشد حال با توجه به مقادیر f می توان گفت:

$$۰\leq f\leq ۲\rightarrow -۱\leq f-۱\leq ۱\rightarrow ۲^{-۱}\leq ۲^{f-۱}\leq ۲^{۱}\rightarrow \frac{۱}{۲}\leq gof\leq ۲$$

۲. گزینه ۲ صحیح است .

حل نکته ای :

$$\lim_{x\to ۰}(۱+xln۲)^{\frac{۳}{x}}=۱^{\infty}$$

می دانیم $\lim_{x\to ۰}(۱+ax)^{\frac{b}{x}}=e^{ab}$ باشد بنابراین جواب حد به صورت:

$$\lim_{x\to ۰}(۱+xln۲)^{\frac{۳}{x}}=e^{۳ln۲}=e^{ln۲^{۳}}=e^{ln۸}\xRightarrow{e^{lnx=x}}e^{ln۸}=۸$$

حل تکنیکی :

$$\lim_{x\to ۰}(۱+xln۲)^{\frac{۳}{x}}=۱^{\infty}$$

حد عبارت ۱^{∞} می باشد که می توان از تکیک e^{λ} استفاده کرد :

$$\lambda=\left[\left[\left(\text{پرانتز سوال}\right)-۱\right]\times\text{توان پرانتز سوال}\right]=\left[(۱+xln۲-۱\times)\frac{۳}{x}\right]$$

$$=ln۲\times ۳=۳ln۲=ln۲^{۳}=ln۸\rightarrow \lambda=\ln۸$$

$$\rightarrow e^{\lambda}=e^{ln۸}\xRightarrow{e^{lnx=x}}e^{ln۸}=۸$$

۳. **گزینه ۱ صحیح است .**

حل :

$$\lim_{x\to ۱}\frac{۲x-\sqrt{x+۳}}{x^{۲}+ax+b}=\frac{۲(۱)-\sqrt{۴}}{۱^{۲}+a(۱)+b}=\frac{۰}{۱+a+b}$$

با توجه به فرض مسئله برای آنکه حد فوق $\frac{۱}{۴}$ شود باید $۱+a+b=۰$ باشد تا حد حالت مبهم $\frac{۰}{۰}$ داشته باشیم :

$$\text{اگر}:\ ۱+a+b=۰\rightarrow \lim_{x\to ۱}\frac{۲x-\sqrt{x+۳}}{x^{۲}+ax+b}=\frac{۰}{۰}$$

$$\xrightarrow{Hopital}\lim_{x\to ۱}\frac{۲-\frac{۱}{۲\sqrt{x+۳}}}{۲x+a}=\frac{۲-\frac{۱}{۲\sqrt{۴}}}{۲(۱)+a}=\frac{۲-\frac{۱}{۴}}{۲+a}$$

$$\rightarrow\frac{\frac{۷}{۴}}{۲+a}=\frac{۱}{۴}\xrightarrow{\text{طرفین تساوی}\times ۴}\frac{۷}{۲+a}=۱\xrightarrow{\text{طرفین وسطین}}۲+a=۷\rightarrow a=۵$$

$$۱+a+b=۰\xrightarrow{a=۵}۱+۵+b=۰\rightarrow b=-۶$$

۴. **گزینه ۳ صحیح است .**

حل کلاسیک :

$$T_{k+۱}=\binom{۹}{k}(x)^{۹-k}.\left(\frac{-۱}{\sqrt{۲x}}\right)^{k}=\left(\frac{-۱}{\sqrt{۲}}\right)^{k}\binom{۹}{k}x^{۹-k}\times x^{\frac{-k}{۲}}$$

$$=\left(\frac{-۱}{\sqrt{۲}}\right)^{k}\binom{۹}{k}x^{۹-\frac{۳k}{۲}}\rightarrow ۳=۹-\frac{۳k}{۲}\rightarrow\frac{۳k}{۲}=۶\rightarrow ۳k=۱۲\rightarrow k=۴$$

$$x^{۳}\text{ ضریب جمله}:\left(\frac{-۱}{\sqrt{۲}}\right)^{۴}\binom{۹}{۴}=\left(\frac{۱}{۴}\right)\frac{۹!}{۵!\times ۴!}=\frac{۱}{۴}\times\frac{۹\times ۸\times ۷\times ۶\times ۵!}{۵!\times ۴\times ۳\times ۲\times ۱}=\frac{۶۳}{۲}=۳۱/۵$$

حل تکنیکی :

$$\text{توان جمله خواسته شده} = (k) \text{ توان دومین جمله } + (n-k) \text{توان اولین جمله}$$

$$۱(۹-k)+\frac{-۱}{۲}(k)=۳ \to ۹-k-\frac{۱}{۲}k=۳ \to ۹-۳=k+\frac{۱}{۲}k$$

$$\to ۶=\frac{۳}{۲}k \to ۱۲=۳k \to k=\frac{۱۲}{۳} \to k=۴$$

$$\to \binom{n}{k} \underbrace{a}_{\text{ضریب جمله اول}}{}^{n-k} \underbrace{b}_{\text{ضریب جمله دوم}}{}^{k} \to \binom{۹}{۴}(۱)^{۵}\left(\frac{-۱}{\sqrt{۲}}\right)^{۴}$$

$$\to \frac{۹\times۸\times۷\times۶}{۴\times۳\times۲\times۱}\times\frac{۱}{۴}=\frac{۱۸\times۷}{۴}=\frac{۶۳}{۲}=۳۱/۵$$

۵. **گزینه ۲ صحیح است.**

حل :

مجانب قائم : $x^{۲}+x-۲=۰ \to (x-۱)(x+۲)=۰ \to \begin{cases} x=۱ \\ x=-۲ \end{cases}$

مجانب مایل خارج قسمت تقسیم می باشد :

$$\begin{array}{l|l} x^{۳}-۲x^{۲}-۵x & x^{۲}+x-۲ \\ \hline -x^{۳}-x^{۲}+۲x & x-۳ \\ \hline -۳x^{۲}-۳x & \\ ۳x^{۲}+۳x-۶ & \\ \hline -۶ & \end{array}$$

$\xrightarrow{\text{خارج قسمت}} y=x-۳$ مجانب مایل

$$\begin{cases} x=۱ \\ y=x-۳ \end{cases} \to y=-۲ \to A(\overbrace{۱}^{x_۱},\overbrace{-۲}^{y_۱})$$

$$\begin{cases} x=-۲ \\ y=x-۳ \end{cases} \to y=-۵ \to B(\overbrace{-۲}^{x_۲},\overbrace{-۵}^{y_۲})$$

$$AB=\sqrt{(x_۲-x_۱)^{۲}+(y_۲-y_۱)^{۲}}=\sqrt{(-۲-۱)^{۲}+(-۵+۲)^{۲}}$$

$$AB=\sqrt{۹+۹}=۳\sqrt{۲}$$

۶. **گزینه ۲ صحیح است.**

حل : معادله دایره به صورت $(x-\alpha)^{۲}+(y-\beta)^{۲}=R^{۲}$ می باشد با توجه به مسئله که گفته شده به مرکز مبدا $(۰,۰)$ و شعاع ۵ خواهیم داشت :

$$(x-۰)^{۲}+(y-۰)^{۲}=۵۲ \rightarrow x^{۲}+y^{۲}=۲۵$$

طبق تعریف مسئله شیب خط AM همان شیب خط مماس بر دایره در نقطه $(۳,۴)$ می باشد بنابراین با توجه به رابطه مشتق ضمنی داریم:

$$x^{۲}+y^{۲}-۲۵=۰$$

$$y'=-\frac{f'_x}{f'_y}=-\frac{۲x}{۲y}=\frac{-x}{y} \xRightarrow{(۳,۴)} y'=\frac{-۳}{۴}$$

۷. **گزینه ۲ صحیح است.**

حل کلاسیک: شرط پیوستگی آن است که: مقدار تابع = حد راست= حد چپ

$$\begin{cases} \lim\limits_{x\to ۰} f(x) = \lim\limits_{x\to ۰} \dfrac{sin\pi x}{x^{۲}-x} = \dfrac{۰}{۰} \xrightarrow{Hop} \lim\limits_{x\to ۰} \dfrac{\pi cos\pi x}{۲x-۱} = \dfrac{\pi}{-۱} = -\pi \\ \lim\limits_{x\to ۱} f(x) = \lim\limits_{x\to ۱} \dfrac{sin\pi x}{x^{۲}-x} = \dfrac{۰}{۰} \xrightarrow{Hop} \lim\limits_{x\to ۱} \dfrac{\pi cos\pi x}{۲x-۱} = \dfrac{-\pi}{۱} = -\pi \end{cases}$$

$$f(۰)=a \rightarrow a=-\pi$$

حل تکنیکی : شرط پیوستگی آن است که: مقدار تابع = حد راست= حد چپ

$$\begin{cases} \lim\limits_{x\to ۰} f(x) = \lim\limits_{x\to ۰} \dfrac{sin\pi x}{x^{۲}-x} = \dfrac{۰}{۰} \xrightarrow{\text{هم ارزی}} \lim\limits_{x\to ۰} \dfrac{\pi x}{-x} = \dfrac{\pi}{-۱} = -\pi \\ \lim\limits_{x\to ۱} f(x) = \lim\limits_{x\to ۱} \dfrac{sin\pi x}{x^{۲}-x} = \dfrac{۰}{۰} \xrightarrow{Hop} \lim\limits_{x\to ۱} \dfrac{\pi cos\pi x}{۲x-۱} = \dfrac{-\pi}{۱} = -\pi \end{cases}$$

$$f(۰)=a \rightarrow a=-\pi$$

۸. **گزینه ۴ صحیح است.**

حل کلاسیک :

$$\begin{cases} y = x^{۳} - ۱۲x \\ y = k \end{cases} \rightarrow x^{۳} - ۱۲x = k \rightarrow x^{۳} - ۱۲x - k = ۰$$

$$f(x) = x^{۳} - ۱۲x - k \rightarrow f'(x) = ۰ \rightarrow ۳x^{۲} - ۱۲ = ۰$$

$$\rightarrow ۳x^{۲} - ۱۲ \rightarrow x^{۲} = ۴ \rightarrow x = \pm ۲$$

$$\begin{cases} x = ۲ \rightarrow f(۲) = ۸ - ۲۴ - k \rightarrow f(۲) = -۱۶ - k \\ x = -۲ \rightarrow f(-۲) = -۸ + ۲۴ - k \rightarrow f(-۲) = ۱۶ - k \end{cases}$$

برای داشتن ۳ ریشه : $f(۲) \times f(-۲) < ۰ \rightarrow (-۱۶ - k)(۱۶ - k) < ۰$

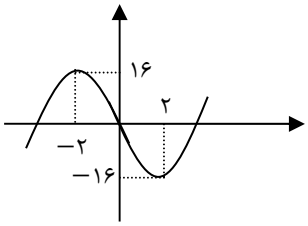
k	$-\infty$		-۱۶		۱۶		$+\infty$
		$+$		$-$		$+$	

$$-۱۶ < k < ۱۶ \rightarrow |k| < ۱۶$$

حل تکنیکی : با تشکیل جدول تغییرات تابع f و با رسم نمودار آن می توان گفت:

$$y' = ۰ \rightarrow ۳x^{۲} - ۱۲ = ۰ \rightarrow ۳x^{۲} = ۱۲ \rightarrow x^{۲} = ۴ \rightarrow x = \pm ۲$$

x	$-\infty$		-۲		۲		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	۱۶	$\searrow$	-۱۶	$\nearrow$	$+\infty$



با توجه به شکل تابع مشخص است که با فرض $-۱۶ < k < ۱۶$، خط $y = k$ نمودار را در سه نقطه قطع می کند.

۹. **گزینه ۴ صحیح است.**

حل :

$$\underbrace{\lim_{h\to ۰}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}}_{f'(x)}=\frac{۱}{\sqrt{۴+x^{۲}}}$$

$$y=f(\underbrace{tanx\ ۲x}_{u})\xRightarrow{y=f(x)\to y'=u'\times f'(u)}y'=(tan\,۲x)'\times f'(۲tanx)$$

$$\to y'=۲(۱+tg^{۲}x)\times f'(۲tanx)$$

$$\to y'(\frac{۲\pi}{۳})=۲(۱+(-\sqrt{۳})^{۲})\times f'(۲(-\sqrt{۳}))$$

$$\to y'=۲(۱+۳)\times f'(-۲\sqrt{۳})=۸f'(-۲\sqrt{۳})$$

$$y'=۸\times\frac{۱}{\sqrt{۴+(-۲\sqrt{۳})^{۲}}}=۸\times\frac{۱}{\sqrt{۴+۱۲}}=۸\times\frac{۱}{۴}=۲$$

۱۰. **گزینه ۴ صحیح است.**

حل تکنیکی :

$$\frac{(x^{۲}+x)'}{(x-\sqrt{x})'}=\frac{۲x+۱}{۱-\frac{۱}{۲\sqrt{x}}}\xRightarrow{x=۴}\frac{۲(۴)+۱}{۱-\frac{۱}{۲\sqrt{۴}}}=\frac{۹}{۱-\frac{۱}{۴}}=\frac{۹}{\frac{۳}{۴}}=۱۲$$

۱۱. **گزینه ۱ صحیح است.**

حل تکنیکی : در نقطه $x=\frac{۱}{۲}$ عامل صفر شونده وجود دارد یعنی $(۲x-۱)^{۳}$ بنابراین کافیست از این عامل سه بار مشتق بگیرید و در بقیه عبارت خود عدد $\frac{۱}{۲}$ را قرار دهید :

$$f(x)=\underbrace{(۲x-۱)^{۳}}_{\text{عامل صفر شونده}}\underbrace{\frac{۲x+۱}{\sqrt[۳]{۲x-۹}}}_{\text{خود عبارت}}$$

$$f^{(۳)}\left(\frac{۱}{۲}\right)=۳!\times۲^{۳}\times\frac{۲\left(\frac{۱}{۲}\right)+۱}{\sqrt[۳]{۲\left(\frac{۱}{۲}\right)-۹}}=۶\times۸\times\frac{۱+۱}{\sqrt[۳]{-۸}}=۴۸\times\frac{۲}{-۲}=-۴۸$$

۱۲. **گزینه ۳ صحیح است.**

حل :

$$y = x^{۲} - x - lnx \rightarrow D_y = x > ۰ = (۰, +\infty)$$

$$y' = ۰ \rightarrow ۲x - ۱ - \frac{۱}{x} = ۰ \xrightarrow{\text{طرفین تساوری}\times x} ۲x^{۲} - x - ۱ = ۰$$

$$\rightarrow \begin{cases} x = ۱ \\ x = \frac{-۱}{۲} \text{ جز دامنه نیست غ ق ق} \end{cases}$$

x	$-\infty$	۰	۱	$+\infty$
y'		$-$		$+$
y		↘	min	↗

$$x = ۱ \rightarrow y_{min} = ۱ - ۱ - ln۱ = ۰ \rightarrow y_{min} = ۰$$

حل تکنیکی :

کمترین مقدار تابع خواسته شده که همان مینیمم مطلق یا به عبارتی دیگر برد تابع در کمتری مقدار خود می باشد بنابراین کافیست برد تابع را در کم ترین نقطه بدست آوریم :

$$y = x^{۲} - x - lnx \rightarrow D_y = x > ۰$$

x	۱	۲	۳
y	۰	$۲ - ln۲$	$۶ - ln۳$

با توجه به اعداد بدست آمده و سیر صعودی اعداد مشخص است که مینیمم مطلق(برد تابع در کمترین مقدار) عدد صفر می باشد .

۱۳. گزینه ۳ صحیح است.

حل :

مشتق	انتگرال
x	$e^{۲x}$
۱	$+\ \frac{۱}{۲}e^{۲x}$
۰	$-\ \frac{۱}{۴}e^{۲x}$

$$f(x) = ۰ \to xe^{۲x} = ۰ \to x = ۰$$

$$S = \int_{۰}^{۲} xe^{۲x} = \frac{۱}{۲}xe^{۲x} - \frac{۱}{۴}e^{۲x}\Big]_{۰}^{۲}$$

$$= (\frac{۱}{۲} \times ۲e^{۴} - \frac{۱}{۴}e^{۴}) - (۰ - \frac{۱}{۴}e^{۰})$$

$$= (e^{۴} - \frac{۱}{۴}e^{۴}) - (\frac{-۱}{۴}) = \frac{۳}{۴}e^{۴} + \frac{۱}{۴} = \frac{۱}{۴}(۳e^{۴} + ۱)$$

۱۴. گزینه ۴ صحیح است.

حل :

$$\int_{۰}^{۲} \frac{dx}{x^{۲} - ۴x + ۸} = \int_{۰}^{۲} \frac{dx}{(x^{۲} - ۴x + ۴) + ۴}$$

$$\to \int_{۰}^{۲} \frac{۱}{(x-۲)^{۲} + ۴} dx = \frac{۱}{۲} Arctan \frac{x-۲}{۲}\Big]_{۰}^{۲} = \frac{۱}{۲}(۰ - \frac{-\pi}{۴}) = \frac{۱}{۲}(\frac{\pi}{۴}) = \frac{\pi}{۸}$$

۱۵. گزینه ۲ صحیح است.

$$z = \sqrt{۱۷ - ۴x^{۲} - y^{۲} + ۸x + ۴y}$$

$$۱۷ - ۴x^{۲} - y^{۲} + ۸x + ۴y = ۱۷ - ۴(x^{۲} - ۲x) - (y^{۲} - ۴y)$$

$$= ۱۷ - ۴(x^{۲} - ۲x + ۱) - (y^{۲} - ۴y + ۴) + ۸$$

$$= ۲۵ - ۴(x-۱)^{۲} - (y-۲)^{۲}$$

$$۰ \le ۲۵ - ۴(x-۱)^{۲} - (y-۲)^{۲} \le ۲۵$$

$$\sqrt{۰} \le \sqrt{\underbrace{۲۵ - ۴(x-۱)^{۲} - (y-۲)^{۲}}_{z}} \le \sqrt{۲۵}$$

$$۰ \le z \le ۵ \to R_z = [۰,۵]$$

۱۶. **گزینه ۳ صحیح است.**

حل : عبارت $\frac{x+y}{x-y}$ همگن از درجه صفر است پس مقدار عبارت $x\frac{\partial z}{\partial x}+y\frac{\partial z}{\partial y}$ برای آن برابر صفر می باشد اما در مورد عبارت $ln(x^{۲}+۲y^{۲})$ داریم:

$$x\frac{\partial z}{\partial x}+y\frac{\partial z}{\partial y}=x\left(\frac{۲x}{x^{۲}+۲y^{۲}}\right)+y\left(\frac{۴y}{x^{۲}+۲y^{۲}}\right)$$

$$\xRightarrow{\binom{x\ y}{۱,۲}} ۱\left(\frac{۲(۱)}{۱^{۲}+۲(۲)^{۲}}\right)+۲\left(\frac{۴(۲)}{۱^{۲}+۲(۲)^{۲}}\right)=\frac{۲}{۹}+\frac{۱۶}{۹}=\frac{۱۸}{۹}=۲$$

۱۷. **گزینه ۴ صحیح است.**

حل :

$$z'_x=\frac{\partial z}{\partial x}=-\frac{f'x}{f'z}=-\frac{-z-۲e^{y-۲x}}{۲z-x}\xRightarrow{(\overset{x}{۲},\overset{y}{۴},\overset{z}{-۱})}-\frac{-(-۱)-۲e^{۴-۲(۲)}}{۲(-۱)-(۲)}$$

$$=-\frac{۱-۲e^{۰}}{-۲-۲}==-\frac{-۱}{-۴}=\frac{-۱}{۴}$$

۱۸. **گزینه ۱ صحیح است.**

حل :

$$dz=\frac{\partial z}{\partial x}dx+\frac{\partial z}{\partial y}dy=\left(۲xy+\frac{-y}{x^{۲}+y^{۲}}\right)dx+\left(x^{۲}+\frac{x}{x^{۲}+y^{۲}}\right)dy$$

$$\rightarrow dz\Big|_{(۱,-۱)}=(۲(۱)(-۱)+\frac{۱}{(۱)^{۲}+(-۱)^{۲}}dx+\left((۱)^{۲}+\frac{۱}{(۱)^{۲}+(-۱)^{۲}}\right)dy$$

$$=\left(-۲+\frac{۱}{۲}\right)dx+\left(۱+\frac{۱}{۲}\right)dy=-\frac{۳}{۲}dx+\frac{۳}{۲}dy$$

$$\rightarrow dz=\frac{۳}{۲}(dy-dx)$$

۱۹. **گزینه ۴ صحیح است.**

حل :

$$\begin{cases} z_x = ۰ \\ z_y = ۰ \end{cases} \rightarrow \begin{cases} ۳x^۲ + ۶x + ۴y = ۰ \\ ۲y + ۴x = ۰ \rightarrow ۲y = -۴x \rightarrow y = -۲x \end{cases}$$

$$۳x^۲ + ۶x + ۴y = ۰ \xRightarrow{y=-۲x} ۳x^۲ + ۶x + ۴(-۲x) = ۰$$

$$\rightarrow ۳x^۲ + ۶x - ۸x = ۰ \rightarrow ۳x^۲ - ۲x = ۰ \rightarrow x(۳x - ۲) = ۰ \rightarrow \begin{cases} x = ۰ \\ x = \frac{۲}{۳} \end{cases}$$

نقاط بحرانی $(۰,۰)$, $\left(\frac{۲}{۳}, \frac{-۴}{۳}\right)$ است.

$$\begin{cases} z_{xx} = ۶x + ۶ \\ z_{yy} = ۲ \\ z_{xy} = z_{yx} = ۴ \end{cases}$$

در نقطه $\left(\frac{۲}{۳}, \frac{-۴}{۳}\right)$ می توان گفت:

$$|H_۱| = ۱۰ > ۰ \quad , \quad |H_۲| = \begin{vmatrix} ۱۰ & ۴ \\ ۴ & ۲ \end{vmatrix} = (۱۰ \times ۲) - (۴ \times ۴) = ۴ > ۰$$

بنابراین نقطه $\left(\frac{۲}{۳}, \frac{-۴}{۳}\right)$ نقطه می نیمم است.

۲۰. **گزینه ۴ صحیح است.**

حل :

$$\begin{cases} y = -x^۲ - x + ۳۱ \\ y = ۲x + ۳ \end{cases} \rightarrow \text{نقطه تعادلی} : \ -x^۲ - x + ۳۱ = ۲x + ۳$$

$$\rightarrow -x^۲ - ۳x + ۲۸ = ۰ \xrightarrow{\text{کل تساوی}\times -۱} x^۲ + ۳x - ۲۸ = ۰$$

$$\rightarrow (x - ۴)(x + ۷) = ۰ \rightarrow \begin{cases} x = ۴ \rightarrow y = ۱۱ \\ x = -۷ \ \text{غ ق ق} \end{cases}$$

$$\text{مازاد مصرف کننده} = \int_۰^۴ (-x^۲ - x + ۳۱ - ۱)dx = \int_۰^۴ (-x^۲ - x + ۲۰)dx$$

$$= \frac{-x^{۳}}{۳} - \frac{x^{۲}}{۲} + ۲۰x]_{۰}^{۴} = (\frac{-۴^{۳}}{۳} - \frac{۴^{۲}}{۲} + ۲۰(۴)) - (۰ + ۰ + ۰)$$

$$= \left(\frac{-۶۴}{۳} - ۸ + ۸۰\right) = \frac{-۶۴}{۳} + ۷۲ = \frac{۱۵۲}{۳} = ۵۰\frac{۲}{۳}$$

۲۱. گزینه ۲ صحیح است.

حل :

$$\underbrace{m}_{\text{مماس}} = \frac{۲x - ۱}{y} \to \frac{dy}{dx} = \frac{۲x - ۱}{y} \xRightarrow{\text{طرفین وسطین می کنیم}} ydy = (۲x - ۱)dx$$

$$\xRightarrow{\text{از طرفین تساوی انتگرال می گیریم}} \int ydy = \int (۲x - ۱)\, dx$$

$$\xRightarrow{\int x^n dx = \frac{x^{n+۱}}{n+۱} + c} \frac{y^{۱+۱}}{۱ + ۱} = ۲\left(\frac{x^{۱+۱}}{۱ + ۱}\right) - x + c$$

$$\to \frac{y^{۲}}{۲} = x^{۲} - x + c \xRightarrow{(۰,۲)} \frac{۲^{۲}}{۲} = ۰ + c \to c = ۲$$

$$\to \frac{y^{۲}}{۲} = x^{۲} - x + ۲$$

حال به ازای $x = ۳$ داریم:

$$\frac{y^{۲}}{۲} = (۳)^{۲} - ۳ + ۲ \to \frac{y^{۲}}{۲} = ۸ \to y^{۲} = ۱۶ \to y = ۴$$

۲۲. گزینه ۴ صحیح است.

حل :

$$\begin{cases} x + ۲y - z = ۰ \\ ۲x - y + z = ۰ \\ ax + ۳y - z = ۰ \end{cases} \to \text{شرط جواب غیر صفر } |A| = \begin{vmatrix} ۱ & ۲ & -۱ \\ ۲ & -۱ & ۱ \\ a & ۳ & -۱ \end{vmatrix} = ۰$$

$$|A| = \begin{vmatrix} ۱ & ۲ & -۱ \\ ۲ & -۱ & ۱ \\ a & ۳ & -۱ \end{vmatrix}$$

$$\begin{matrix} ۱ & ۲ & -۱ \\ ۲ & -۱ & ۱ \end{matrix}$$

$$|A| = (\overbrace{(۱ \times -۱ \times -۱) + (۲ \times ۳ \times -۱) + (a \times ۲ \times ۱)}^{\text{مجموع حاصلضرب اقطار اصلی}}) - (\overbrace{(-۱ \times -۱ \times a) + (۱ \times ۳ \times ۱) + (۲ \times ۲ \times -۱)}^{\text{مجموع حاصلضرب اقطار فرعی}}) = ۰$$

$$\rightarrow \big((۱) + (-۶) + (۲a)\big) - \big((a) + (۳) + (-۴)\big) = ۰$$

$$\rightarrow (۲a - ۵) - (a - ۱) = ۰ \rightarrow ۲a - ۵ - a + ۱ = ۰ \rightarrow a - ۴ = ۰ \rightarrow a = ۴$$

۲۳. گزینه ۳ صحیح است.

$$|A| = \begin{vmatrix} ۳ & -۱ & ۲ \\ -۶ & ۲ & ۴ \\ -۳ & ۱ & ۲ \end{vmatrix}$$

$$\begin{matrix} ۳ & -۱ & ۲ \\ -۶ & ۲ & ۴ \end{matrix}$$

$$|A| = \big((۳ \times ۲ \times ۲) + (-۶ \times ۱ \times ۲) + (-۳ \times -۱ \times ۴)\big) - \big((۲ \times ۲ \times -۳) + (۴ \times ۱ \times ۳) + (۲ \times -۱ \times -۶)\big)$$

$$= \big((۱۲) + (-۱۲) + (۱۲)\big) - \big((-۱۲) + (۱۲) + (۱۲)\big) = ۱۲ - ۱۲ = ۰$$

لذا رتبه ماتریس نمی تواند۳ باشد.

$$A_{۲\times۲} = \begin{bmatrix} -۱ & ۲ \\ ۲ & ۴ \end{bmatrix} \rightarrow |A_{۲\times۲}| = (-۱ \times ۴) - (۲ \times ۲) = -۸ \neq ۰$$

لذا رتبه ماتریس ۲ است.

۲۴. گزینه ۳ صحیح است.

$$\begin{cases} A = \begin{bmatrix} ۲ & ۴ \\ -۳ & ۵ \end{bmatrix} \\ \mathrm{I} = \begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ ۰ & ۱ \end{bmatrix} \rightarrow ۳\mathrm{I} = \begin{bmatrix} ۳ & ۰ \\ ۰ & ۳ \end{bmatrix} \end{cases} \rightarrow \mathrm{A} - ۳\mathrm{I} = \begin{bmatrix} ۲ & ۴ \\ -۳ & ۵ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ۳ & ۰ \\ ۰ & ۳ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -۱ & ۴ \\ -۳ & ۲ \end{bmatrix}$$

$$(A - ۳I)^{-۱} = \frac{۱}{(-۱ \times ۲) - (۴ \times -۳)} \begin{bmatrix} ۲ & -۴ \\ ۳ & -۱ \end{bmatrix}$$

$$(A - ۳I)^{-۱} = \frac{۱}{\underbrace{-۲ - (-۱۲)}_{۱۰}} \begin{bmatrix} ۲ & -۴ \\ ۳ & -۱ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{۲}{۱۰} & \frac{-۴}{۱۰} \\ \frac{۳}{۱۰} & \frac{-۱}{۱۰} \end{bmatrix}$$

مجموع درایه های ستون اول $= \frac{۲}{۱۰} + \frac{۳}{۱۰} = \frac{۵}{۱۰} = \frac{۱}{۲}$