

# ریاضیات DLM

آموزش سه بعدی مفاهیم

## مجموعه ها

طراح، مؤلف و گردآورنده:

امین بنیاد گذار

ویراستار علمی:

حسین خدامی

## آموزش کلاسیک مجموعه‌ها

تعریف مجموعه.....	۵
نام (نمایش) مجموعه.....	۶
نمایش تفصیلی و یا عبارتی نام بردن اعضاها.....	۶
نمایش یا علائم ریاضی.....	۶
نمایش هندسی (نمودار ون).....	۷
تعلق یا عضویت (E).....	۷
مجموعه های محدود و نا محدود.....	۷
مجموعه تهی.....	۸
معرفی مجموعه اعداد.....	۸
زیر مجموعه (جزئیت).....	۹
خواص زیر مجموعه.....	۱۰
۳ نکته مهم و حرفه ای در باره زیر مجموعه.....	۱۰
زیر مجموعه‌ی محض یا حقیقی.....	۱۲
مجموعه ی توانی.....	۱۳
تساوی دو مجموعه.....	۱۴
۵ نکته مهم درباره مجموعه ها.....	۱۵
نمودار ون – اولر.....	۱۶
مجموعه ی مرجع.....	۱۷
متمم یک مجموعه.....	۱۷
ویژگی های متمم یک مجموعه.....	۱۸
جبر مجموعه ها.....	۱۸
۱. اجتماع دو مجموعه.....	۱۸
ویژگی های اجتماع دو مجموعه.....	۱۹
۲. اشتراک دو مجموعه.....	۲۰
ویژگی های اشتراک دو مجموعه.....	۲۱
دو مجموعه جدا از هم.....	۲۲

۲۲.....	تعمیم اجتماع و اشتراک
۲۳.....	۳. تفاضل دو مجموعه
۲۴.....	ویژگی های تفاضل دو مجموعه
۲۵.....	ویژگی های جبر مجموعه ها
۲۶.....	قوانین دمرگان
۲۷.....	تعمیم قوانین دمرگان به بیش از دو مجموعه
۲۷.....	تناظر یک به یک
۲۸.....	دو مجموعه هم ارز (معادل)
۲۸.....	عدد اصلی مجموعه ها
۳۰.....	تفاضل متقارن دو مجموعه
۳۱.....	ویژگی های تفاضل متقارن دو مجموعه
۳۲.....	افراز (پارتیشن)
۳۴.....	زوج مرتب
۳۷.....	اصل ضرب دکارتی

### **سوالات آزمون کارشناسی ارشد رشته های مدیریت ، حسابداری و اقتصاد**

۴۲.....	سوالات آزمون سراسری کارشناسی ارشد رشته مدیریت
۴۴.....	سوالات آزمون کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی رشته مدیریت
۴۷.....	سوالات آزمون سراسری کارشناسی ارشد رشته حسابداری
۴۹.....	سوالات آزمون کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی رشته حسابداری
۴۹.....	سوالات آزمون سراسری کارشناسی ارشد رشته اقتصاد
۵۲.....	سوالات آزمون کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی رشته اقتصاد

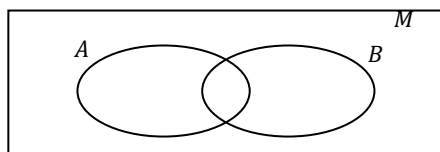
### **حل سوالات آزمون کارشناسی ارشد رشته های مدیریت و حسابداری و اقتصاد**

۵۶.....	پاسخ تشریحی و تکنیکی آزمون سراسری کارشناسی ارشد رشته مدیریت
۶۲.....	پاسخ تشریحی و تکنیکی آزمون کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد رشته مدیریت
۶۸.....	پاسخ تشریحی و تکنیکی آزمون سراسری کارشناسی ارشد رشته حسابداری
۷۱.....	پاسخ تشریحی و تکنیکی آزمون کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد رشته حسابداری
۷۳.....	پاسخ تشریحی و تکنیکی آزمون سراسری کارشناسی ارشد رشته اقتصاد
۷۹.....	پاسخ تشریحی و تکنیکی آزمون کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد رشته اقتصاد

## مجموعه ی مرجع:

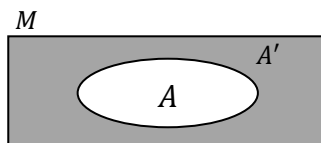
مجموعه ی مرجع به مجموعه ای گفته می شود که شامل تمام عضوهای مجموعه های مورد بررسی باشد. اگر اعضای یک مجموعه را در نظر بگیریم، می توان گفت این مجموعه، زیر مجموعه یک مجموعه ی کلی تر است که آن را مجموعه ی مرجع یا جهانی می نامند و با حرف  $M$  یا  $U$  نشان می دهند.

غالباً مجموعه ی مرجع را به صورت یک مستطیل و سایر مجموعه ها را که زیر مجموعه ی آن هستند، داخل آن رسم می کنیم.



## متمم یک مجموعه:

اگر  $A$  یک مجموعه و  $M$  مجموعه ی مرجع باشد، متمم  $A$  عبارت است از مجموعه عضوهایی که در  $M$  وجود دارند، ولی در  $A$  وجود ندارند.



متمم یک مجموعه را با نمادهای  $A'$  یا  $\bar{A}$  یا  $A^c$  نمایش می دهند.

$$A' = \{x | x \in M, x \notin A\}$$

مثال ۱۳) مجموعه  $A = \{1, 2, 7\}$  از مجموعه مرجع  $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 7\}$  را در نظر بگیرید. آن گاه مجموعه  $A'$  را بنویسید.

$$M = \{1, 2, 3, 4, 5, 7\} \quad (\text{حل})$$

$$A = \{1, 2, 7\}$$

$$A' = \{3, 4, 5\}$$

## ویژگی های متمم یک مجموعه:

(۱) متمم متمم هر مجموعه، مساوی خود آن مجموعه است، یعنی:  $(A')' = A$

(۲) متمم مجموعه مرجع، مساوی مجموعه تهی است، یعنی  $M' = \phi$

(۳) متمم مجموعه تهی، مساوی مجموعه مرجع است، یعنی:  $\phi' = M$

(۴) اگر دو مجموعه، مساوی باشند متمم های آنها نیز مساوی خواهند بود، یعنی:  $A = B \Leftrightarrow A' = B'$

(۵) اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه دلخواه باشند و  $A \subset B$  آن گاه  $B' \subset A'$  یعنی:  $A \subset B \Leftrightarrow B' \subset A'$

## جبر مجموعه ها

### (۱) اجتماع دو مجموعه:

منظور از اجتماع دو مجموعه  $A$  و  $B$  که با  $A \cup B$  نشان داده می شود، مجموعه ای است که

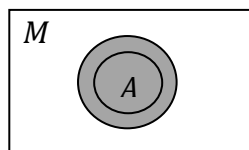
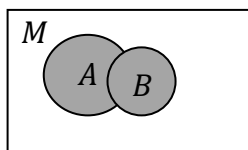
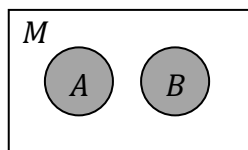
اعضای آن متعلق به  $A$  یا متعلق به  $B$  یا متعلق به هر دو باشد. یعنی:

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ یا } x \in B\}$$

بنابراین همواره داریم :

$$x \in (A \cup B) \Leftrightarrow x \in A \text{ یا } x \in B$$

اجتماع دو مجموعه  $A$  و  $B$  را با استفاده از نمودار ون-اولر به صورت زیر نمایش می دهند:



مثال (۱۴) مجموعه  $A = \{۱, ۲, ۳\}$  و  $B = \{۲, ۴, ۸, ۹\}$  را در نظر بگیرید. سپس

مجموعه  $A \cup B$  را بنویسید.

$$A \cup B = \{1, 2, 3\} \cup \{2, 4, 8, 9\} = \{1, 2, 3, 4, 8, 9\}$$

(حل)

🌟 **تذکر مهم:** برای هر دو مجموعه  $A, B$  داریم:  $A \subset (A \cup B), B \subset (A \cup B)$  یعنی هر مجموعه، زیر مجموعه اجتماع خود با مجموعه دیگر است.

📖 **قضیه:** هرگاه  $A$  زیر مجموعه  $B$  باشد، در آن هنگام اجتماع دو مجموعه  $B, A$  مساوی  $B$  خواهد بود به عبارت دیگر برای  $A, B$  از  $A \subset B$  می توان نتیجه گرفت:  $A \cup B = B$  و یا

$$\boxed{A \subset B \Leftrightarrow A \cup B = B}$$

بطور خلاصه:

(مثال ۱۵) اگر مجموعه  $A = \{1, 2\}$  و  $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  باشد  $A \cup B$  را بدست آورید؟

(حل)  $A \cup B = \{1, 2\} \cup \{1, 2, 3, 4, 5\} = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  که می توان گفت  $A \subset B$  است و

$A \cup B = B$  خواهد بود که مشاهده می کنید.

### ویژگی های اجتماع دو مجموعه:

(۱) اجتماع هر مجموعه با خودش، مساوی خودش می باشد، یعنی:  $A \cup A = A$

(۲) اجتماع هر مجموعه با مجموعه تهی، مساوی خود آن مجموعه است، یعنی  $A \cup \phi = A$

(۳) اجتماع هر مجموعه و مجموعه متمم اش، مساوی مجموعه مرجع می باشد یعنی  $A \cup A' = M$

(۴) اجتماع هر مجموعه با مجموعه مرجع، برابر است با مجموعه مرجع، یعنی:  $A \cup M = M$

## ۲) اشتراک دو مجموعه:

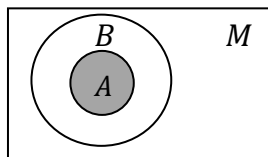
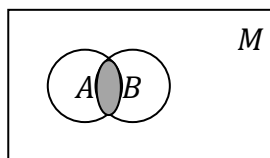
منظور از اشتراک دو مجموعه ی  $A$  و  $B$  که به صورت  $A \cap B$  نشان داده می شود، مجموعه ای است که اعضای آن هم متعلق به  $A$  و هم متعلق به  $B$  باشد، یعنی:

$$A \cap B = \{x | x \in A, x \in B\}$$

بنابراین همواره داریم:

$$x \in (A \cap B) \Leftrightarrow x \in A, x \in B$$

اشتراک دو مجموعه  $A$  و  $B$  را با استفاده از نمودار ون-اولر به صورت زیر نمایش می دهند:



مثال ۱۶) مجموعه  $A = \{۱, ۲, ۳, ۷\}$ ,  $B = \{۳, ۵, ۷\}$  را در نظر بگیرید. سپس مجموعه  $A \cap B$  را بنویسید.

$$A \cap B = \{۱, ۲, ۳, ۷\} \cap \{۳, ۵, ۷\} = \{۳, ۷\} \quad (\text{حل})$$

❖ تذکر مهم: برای هر دو مجموعه  $A, B$  داریم:  $(A \cap B) \subset A$ ,  $(A \cap B) \subset B$

یعنی اشتراک هر مجموعه با مجموعه دیگر، زیرمجموعه ای از آن مجموعه است.

مثال ۱۷) اگر مجموعه  $A = \{۱, ۴\}$  و  $B = \{۱, ۲, ۳, ۴, ۵\}$  باشد،  $A \cap B$  را بدست آورید؟

حل) مشاهده می کنید که  $A \cap B = \{۱, ۴\} \cap \{۱, ۲, ۳, ۴, ۵\} = \{۱, ۴\}$  بنابراین می توان

گفت  $A \subset B$  است و در نتیجه  $A \cap B = A$  خواهد بود.

مجموعه سوالات

سراسری و آزاد

«مجموعه ها»



۹) یک مجموعه  $\Pi$  عنصر مجزا دارد، به این مجموعه ۳ عنصر متمایز از عناصر مجموعه به آن اضافه شده، تعداد زیر مجموعه های مجموعه جدید، چند برابر زیر مجموعه های مجموعه اولیه است؟

(مدیریت سراسری ۸۲)

۲ (۱) ۴ (۲) ۸ (۳) ۱۶ (۴)

۱۰) از بین دانشجویان فارغ التحصیل رشته مدیریت یک دانشگاه، ۳۰ نفر در آزمون رشته مدیریت و ۲۰ نفر در آزمون رشته حسابداری و ۱۰ نفر در هر دو آزمون شرکت کرده اند، چند نفر از این دانشجویان لااقل در یکی از این دو رشته شرکت کرده اند؟ (مدیریت سراسری ۸۳)

۴۰ (۱) ۵۰ (۲) ۵۵ (۳) ۶۰ (۴)

۱۱) ۲ نفر کارشناس اقتصاد، ۲ نفر کارشناس حسابداری، و ۲ نفر کارشناس مدیریت به چند طریق می توانند دوریک میزگرد بنشینند، به طوری که افراد هر گروه مقابل هم قرار گیرند؟ (مدیریت سراسری ۸۴)

۶ (۱) ۸ (۲) ۱۰ (۳) ۱۲ (۴)

۱۲) مجموعه  $(A - C) \cup (A - B) \cup (A \cap B \cap C)$ ، برابر کدام است؟

(مدیریت و حسابداری سراسری ۸۵)

۱)  $A$  ۲)  $\emptyset$  ۳)  $B \cup C$  ۴)  $B \cap C$

۱۳) اگر  $A$ ،  $B$  و  $C$  سه مجموعه غیر تهی و  $M$  مجموعه جهانی باشد،

آن گاه  $[B \cap (A \cap B)]' \cup [A \cap (A' \cup B)]$  کدام است؟ (مدیریت و حسابداری سراسری ۸۶)

۱)  $A$  ۲)  $B$  ۳)  $M$  ۴)  $\emptyset$

۱۴) دو مجموعه  $A$  و  $B$  به ترتیب دارای ۵ و ۹ عضو می باشند. به طوری که

$(A - B) \cup (B - A) = A \cup B$  است تعداد زیر مجموعه های مجموعه  $A \cap B$  کدام است؟

(مدیریت و حسابداری سراسری ۸۷)

۰ (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴)

۱۵) مجموعه  $A$  متشکل از تمام اعداد طبیعی دو رقمی است و  $B = \{YK | K \in A\}$ ، متمم مجموعه

$A' \cup B'$  چند عضو دارد؟ (مدیریت و حسابداری سراسری ۸۸)

۴ (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۴ بی شمار

۱۶) اگر  $A_i = \{x: |x| \leq i, x \in Z\}$  باشد، آن گاه تعداد عضوهای مجموعه  $(A_4 - A_2) \times A_3$  کدام است؟ (مدیریت و حسابداری سراسری ۹۰)

- ۲۱ (۱) ۱۸ (۲) ۲۴ (۳) ۲۸ (۴)

۱۷) اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه ی غیرتهی باشند، مجموعه ی  $(A - B)' \cap B$  برابر کدام است؟ (مدیریت و حسابداری سراسری ۹۱)

- $\emptyset$  (۱)  $A$  (۲)  $B$  (۳)  $A'$  (۴)

## سؤالات آزمون کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی رشته مدیریت

۱۸) آمارگری مأمور شد تا در یک روستای با جمعیت ۱۰۰ نفر، به جمع آوری آمار تولیدکنندگان گندم، جو و ذرت بپردازد. او به مسئول خود اینگونه گزارش داد: ۴۰ نفر از کشاورزان گندم، ۱۵ نفر جو و ۲۰ نفر ذرت و ۳ نفر هر سه محصول را می کارند. در ضمن ۳۹ نفر به دامپروری و تولید مرغ و تخم مرغ اشتغال دارند و تولید کشاورزی ندارند. تعداد کشاورزانی که فقط ۲ محصول می کارند برابر است با: (مدیریت دولتی آزاد ۷۹)

- ۱۷ (۱) ۲۰ (۲) ۱۵ (۳) ۱۳ (۴)

۱۹) کدامیک از عبارتهای زیر برابر  $A \cup B$  است؟ (مدیریت دولتی آزاد ۸۰)

- $A \cap (A' \cup B)$  (۱)  $[B \cup (A \cap B)] \cup A$  (۲)

- $[A \cup (A' \cap B)] \cap B$  (۳)  $[B \cap (A \cap B)] \cap A$  (۴)

۲۰) اگر  $A = \{x | x \in R \mid |x - 1| \leq 2\}$  و  $B = \{x | x \in R \mid \frac{2x-3}{x^2+1} \geq 0\}$  باشند، آن گاه  $A - B$  کدام است؟ (مدیریت دولتی آزاد ۸۱)

- $[-1, 3]$  (۱)  $[-1, \frac{3}{2}]$  (۲)  $(-1, 3]$  (۳)  $(-1, \frac{3}{2}]$  (۴)

(۳۵) کدام گزینه همواره صحیح است؟ (مدیریت فناوری آزاد ۸۸)

$$(۱) \forall n \in N \exists y \in N: y < n \quad (۲) \forall n \in N \exists x \in R: x > n$$

$$(۳) \forall x \in R \exists n \in N: nx > ۱ \quad (۴) \forall x \in R \exists n \in N: x = n$$

(۳۶) اگر  $A$  و  $B$  و  $C$  سه مجموعه باشند به طوری که  $A \subset B$  و  $B \subset C$  باشد، آن گاه حاصل

عبارت  $(A \cup B) \cap [(A \cap B) \cup C]$  برابر است با: (مدیریت مالی آزاد ۸۹)

$$(۱) A \cup B \quad (۲) A \cap C \quad (۳) A \quad (۴) B$$

### سؤالات آزمون سراسری کارشناسی ارشد رشته مسابداری

(۳۷) اگر  $M$  و  $N$  دو مجموعه باشند  $(M \cup N) \cap N'$  کدام است؟ (حسابداری سراسری ۷۵)

$$(۱) N' \quad (۲) M \quad (۳) M \cap N' \quad (۴) (M \cup N)'$$

(۳۸) اگر تعداد عناصر مجموعه های  $A \cap B, B, A$  به ترتیب ۵، ۷ و ۳ باشند، تعداد عناصر

$A \cup B$  کدام است؟ (حسابداری سراسری ۷۵)

$$(۱) ۸ \quad (۲) ۹ \quad (۳) ۱۰ \quad (۴) ۱۲$$

(۳۹) مجموعه  $(A \cup B) \cap (A \cup B')$  برابر کدام است؟ (حسابداری سراسری ۷۶)

$$(۱) A \quad (۲) B \quad (۳) A \cup B \quad (۴) A \cup B'$$

(۴۰) اگر به مجموعه  $A$  سه عضو اضافه شود، تعداد زیر مجموعه های آن چند برابر می شود؟

(حسابداری سراسری ۷۶)

$$(۱) ۲ \quad (۲) ۴ \quad (۳) ۶ \quad (۴) ۸$$

(۴۱) اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه غیر تهی باشند  $(A - B)'$  با کدام مجموعه برابر است؟

(حسابداری سراسری ۷۷)

$$(۱) A \cup B' \quad (۲) A' \cup B \quad (۳) A' \cup B' \quad (۴) A' \cap B'$$

(۴۹) اگر داشته باشیم  $A \subset B \subset C$  آن گاه  $(A \cup B) \cap C - A \cap B$  کدام است؟

(حسابداری سراسری ۸۳)

- (۱)  $B$  (۲)  $C$  (۳)  $\emptyset$  (۴)  $B \cap A'$

### سؤالات آزمون کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی رشته مسابرداری

(۵۰) متمم مجموعه  $(A - B) \cap (B - A) \cup (A \cap B)$  کدام است؟ (حسابداری آزاد ۷۶)

- (۱)  $A' \cap B'$  (۲)  $A' \cup B'$  (۳)  $(A' \cap B')$  (۴)  $(A \cup B)'$

(۵۱) مجموعه  $(A \cap B) \cap (A - B)$  با کدام مجموعه برابر است؟ (حسابداری آزاد ۷۶)

- (۱)  $\emptyset$  (۲)  $A$  (۳)  $A \cup B$  (۴)  $A - B$

(۵۲) اگر مجموعه جهانی  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$  باشد و دو مجموعه  $A = \{2, 4, 6\}$  و  $B =$

$\{1, 3, 7\}$  مفروض باشند  $(A \cap B) \cup A'$  چند عضو دارد؟ (حسابداری آزاد ۸۵)

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۷

(۵۳) اگر مجموعه مرجع (جهانی)  $U = \{1, 2, 3, 4, \dots, 98, 99, 100\}$  باشد و  $A$  مجموعه اعداد

زوج و  $B$  مجموعه اعداد فرد باشند، در این صورت  $A \cap (A \cup B)'$  چند عضو دارد؟

(حسابداری آزاد ۸۶)

- (۱) ۱۰۰ (۲) ۰ (۳) ۵۰ (۴) ۴۰

### سؤالات آزمون سراسری کارشناسی ارشد رشته اقتصاد

(۵۴) اگر  $A = \{x: |x - 1| \geq 2\}$  و  $B = \{x: x^2 - 3 \geq -2\}$  آن گاه

$(A \cup B) - (A \cap B)$  کدام است؟ (اقتصاد سراسری ۷۵)

- (۱)  $R - (-1, 2)$  (۲)  $(-1, 1) \cup [2, 3)$

- (۳)  $(-1, 3)$  (۴)  $(-1, 1) \cup [2, 3]$

۶۳) اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه باشند، آن گاه مجموعه  $(A \cup B) \cap (A \cup B') \cap (A' \cup B)$  کدام است؟  
(اقتصاد سراسری ۸۴)

$$A \cup B \quad (۴) \quad A \cap B \quad (۳) \quad B \quad (۲) \quad A \quad (۱)$$

۶۴) اگر  $A, B, C$  سه مجموعه باشد، مجموعه  $(A \cap B \cap C) \cup (A \cup C')' \cup (B \cup C')'$  برابر کدام است؟  
(اقتصاد سراسری ۸۵)

$$B \cap C \quad (۴) \quad A \cap C \quad (۳) \quad C \quad (۲) \quad A \quad (۱)$$

۶۵) اگر  $A \subset B$  باشد، کدام رابطه نادرست است؟  
(اقتصاد سراسری ۸۶)

$$A' \cup B' = A' \quad (۲) \quad A' \cap B' = B' \quad (۱)$$

$$(A \cup B) \cap (A \cap B) = A \quad (۴) \quad (A \cup B) \cup (A \cap B) = A \quad (۳)$$

۶۶) فروشگاه‌های دو نوع کالا راجرا کرده است. از کالای نوع اول ۶۰ عدد و از کالای نوع دوم ۴۸ عدد فروخته شده است، اگر ۱۴ نفر از هر دو کالا خریده باشند، تعداد مشتریان چند نفرند؟  
(اقتصاد سراسری ۸۷)

$$۹۴ \quad (۱) \quad ۹۸ \quad (۲) \quad ۱۰۸ \quad (۳) \quad ۱۲۲ \quad (۴)$$

۶۷) اگر  $A$  و  $B$  و  $C$  سه مجموعه و  $U$  مجموعه جهانی آنها باشد، حاصل عبارت:

$$[A' \cup (B \cap C)] \cup [A \cap (B \cap C)'] \quad \text{کدام است؟} \quad \text{(اقتصاد سراسری ۸۸)}$$

$$A \quad (۱) \quad B \quad (۲) \quad U \quad (۳) \quad \emptyset \quad (۴)$$

۶۸) از ۴۵ نفر دانشجویان رشته اقتصاد، ۳۰ نفر درس کلان و ۲۵ نفر درس خرد را گرفته اند ۸ نفر هیچ یک از این دو درس را نگرفته اند، چند نفر هر دو درس را در این ترم انتخاب کرده اند؟  
(اقتصاد سراسری ۸۹)

$$۱۸ \quad (۱) \quad ۱۵ \quad (۲) \quad ۱۰ \quad (۳) \quad ۲۲ \quad (۴)$$

۶۹) کدام رابطه شرطی بین سه مجموعه ی A و B و C درست است؟ (اقتصاد سراسری ۹۰)

$$A \subset B \subset C \Rightarrow C - B \subset C - A \quad (۲) \quad A \subset B \subset C \Rightarrow C - A \subset C - B \quad (۱)$$

$$A \neq B, B \neq C \Rightarrow A \neq C \quad (۴) \quad A \subset B \subset C \Rightarrow (A \cup B) \cap C = A \quad (۳)$$

۷۰) کدام یک از روابط زیر در مجموعه های A و B و C صحیح نیست؟ (اقتصاد سراسری ۹۱)

$$A \cap B = \emptyset \Rightarrow B \subset A' \quad (۱)$$

$$[(A \cap B) \cup A] \cap C = A \cap C \quad (۲)$$

$$A \cup B = A, A \cap B = B \Rightarrow B \subset A \quad (۳)$$

$$A \cap B = \emptyset, A \cap C = \emptyset \Rightarrow (B \cup C) \cap A \neq \emptyset \quad (۴)$$

## سؤالات آزمون کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی (رشته اقتصاد)

۷۱) مجموعه های A و B به ترتیب ۱۰ و ۱۵ عضو دارند. اگر مجموعه  $A - B$ ، ۵ عضو داشته

باشد مجموعه  $B - A$  چند عضو دارد؟ (اقتصاد آزاد ۷۶)

$$(۱) \quad ۱۰ \text{ عضو} \quad (۲) \quad ۵ \text{ عضو} \quad (۳) \quad ۲۵ \text{ عضو} \quad (۴) \quad \text{صفر عضو}$$

۷۲) شرط لازم برای این که  $(A \cup B) \cap B' = A$  باشد این است که: (اقتصاد آزاد ۷۷)

$$(۱) \quad A - B = \emptyset \quad (۲) \quad A' - B' = \emptyset$$

$$(۳) \quad A \subset B \quad (۴) \quad A \cap B = \emptyset$$

۷۳) تعداد زیر مجموعه های هفت عضوی از یک مجموعه ی ده عضوی برابر است با: (اقتصاد آزاد ۷۷)

$$(۱) \quad ۲۴۰ \quad (۲) \quad ۱۲۰ \quad (۳) \quad ۷۰۰ \quad (۴) \quad ۶۰۴۸۲۰$$

۷۴) تعداد زیرمجموعه های شش عضوی از یک مجموعه ی هشت عضوی برابر است با: (اقتصاد آزاد ۷۹)

$$(۱) \quad ۱۴ \quad (۲) \quad ۲۸ \quad (۳) \quad ۴۸ \quad (۴) \quad ۵۶$$

# حل سوالات سراسری و آزاد

«مجموعه ها»

۹. گزینه ۳ صحیح است. حل کلاسیک :

تعداد زیر مجموعه ها ۸ برابر می شود.  $\rightarrow 2^{n+2} = 2^n \times 2^2 = 8(2^n)$

حل تکنیکی :

$$A = \{1, 2, 3\} \rightarrow 2^n = 2^3 = 8$$

تعداد زیر مجموعه ها ۸ برابر می شود.  $\rightarrow 2^n = 2^6 = 64$

۱۰. گزینه ۱ صحیح است.

$$\begin{cases} n(A) = 30 = \text{نفرات رشته مدیریت} \\ n(B) = 20 = \text{نفرات رشته حسابداری} \\ n(A) \cap n(B) = \text{حسابداری و مدیریت} \end{cases}$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 30 + 20 - 10 = 40$$

۱۱. گزینه ۲ صحیح است.

حل : وقتی ۲ نفر رو به رو می هستند به ۲ حالت می توانند جا به جا شوند. بنابراین تعداد کل حالات

$$2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8$$

جابه جایی برای ۳ گروه دو نفره عبارت است از:

تذکر : چون هر زوج با هم جا به جا می شوند، بنابراین جا به جا شدن ۲ زوج با یکدیگر حالت

جدیدی را به وجود نمی آورد.

۱۲. گزینه ۱ صحیح است. حل کلاسیک : با استفاده از ویژگی های جبر مجموعه ها داریم:

$$\begin{aligned} (A \cap B \cap C) \cup (A - B) \cup (A - C) &= (A \cap B \cap C) \cup (A \cap B') \cup (A \cap C') \\ &= (A \cap B \cap C) \cup [A \cap (B' \cup C')] = [A \cap (B \cap C)] \cup [A \cap (B \cap C)'] \end{aligned}$$

$$= A \cap [(B \cap C) \cup (B \cap C)'] \xrightarrow{\text{فرض می کنیم } B \cap C = T} A \cap (T \cup T') = A \cap M = A$$

$$\begin{cases} M = \{1, 2, 3, 4, 5\} \\ A = \{1, 2, 4\} \\ B = \{2, 3, 5\} \\ C = \{3, 4\} \end{cases}$$

حل تکنیکی :



$$(A \cap B \cap C) \cup (A - B) \cup (A - C)$$

$$\left( \underbrace{\{1, 3, 4\} \cap \{3, 2, 5\} \cap \{3, 4\}}_{\{3\}} \right) \cup \left( \underbrace{\{1, 3, 4\} - \{3, 2, 5\}}_{\{1, 4\}} \right) \cup \left( \underbrace{\{1, 3, 4\} - \{3, 4\}}_{\{1\}} \right)$$

$$= \{3\} \cup \{1, 4\} \cup \{1\} = \{1, 3, 4\} = A$$

حذف گزینه های ۲ و ۳ و ۴

$$\text{گزینه ۲} \quad \emptyset \quad \text{گزینه ۳} \quad B \cap C = \{3\} \quad \text{گزینه ۴} \quad B \cup C = \{3, 2, 4, 5\}$$

۱۳. گزینه ۲ صحیح است. حل کلاسیک: با استفاده از ویژگی جبر مجموعه ها داریم:

$$[A \cap (A' \cup B)] \cup [B \cap (A \cap B)'] = [(A \cap A') \cup (A \cap B)] \cup [B \cap (A' \cup B)']$$

$$\Rightarrow [\emptyset \cup (A \cap B)] \cup [(B \cap A') \cup (B \cap B)'] = (A \cap B) \cup [(A' \cap B) \cup \emptyset]$$

$$= (A \cap B) \cup (A' \cap B) \Rightarrow B \cap (A \cup A') = B \cap M = B$$

$$\begin{cases} M = \{1, 2, 3, 4\} \\ A = \{1, 2, 3\} & A' = \{4\} \\ B = \{3, 4\} & B' = \{1, 2\} \end{cases}$$

حل تکنیکی:

$$\left[ A \cap \overbrace{(A' \cup B)}^{\{4\} \cup \{3, 4\} = \{3, 4\}} \right] \cup [B \cap (A \cap B)']$$

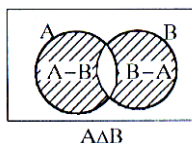
$$\left[ \underbrace{\{1, 2, 3\} \cap \{3, 4\}}_{\{3\}} \right] \cup \left[ \{3, 4\} \cap \underbrace{(\{1, 2, 3\} \cap \{3, 4\})'}_{\{3\}'} \right] = \{3\} \cup \left[ \underbrace{\{3, 4\} \cap \{1, 2, 4\}}_4 \right]$$

$$\{3\} \cup \{4\} = \{3, 4\} = B$$

$\emptyset$  (۴×)       $M = \{1, 2, 3, 4\}$  (۳×)       $A = \{1, 2, 3\}$  (۱×)

۱۴. گزینه ۲ صحیح است.

حل کلاسیک: تفاضل متقارن دو مجموعه را با استفاده از نمودار ون به صورت زیر می توان نمایش داد.



همان طور که از نمودار مشاهده می شود:

$$A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B)$$

نکته: اگر  $A \cap B = \emptyset$  باشد آن گاه:  $A \Delta B = A \Delta B = (A \cup B)$

$$(A - B) \cup (B - A) = (A \cup B) - (A \cap B) \xrightarrow[\text{فرض مسئله}]{\text{با توجه به}} A \cup B \xrightarrow[\text{نتیجه می گرفت}]{\text{پس می توان}} A \cap B = \emptyset$$

$$= C \cap [(A \cap B) \cup (A \cap B)'] \xrightarrow{A \cap B = T \text{ فرض کنیم}} C \cap [(T \cup T')] = C \cap U = C$$

حل تکنیکی :

$$\begin{cases} M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \\ A = \{1, 2, 3\} \\ B = \{3, 4, 5\} \\ C = \{5, 6\} \quad C' = \{1, 2, 3, 4\} \end{cases}$$

$$\left( \underbrace{A \cap B \cap C}_{\emptyset} \right) \cup (A \cup C')' \cup (B \cup C')'$$

$$\emptyset \cup (\{1, 2, 3\} \cup \{1, 2, 3, 4\})' \cup (\{3, 4, 5\} \cup \{1, 2, 3, 4\})'$$

$$\emptyset \cup (\{1, 2, 3, 4\})' \cup (\{1, 2, 3, 4, 5\})' \rightarrow \emptyset \cup \{5, 6\} \cup \{6\} = \{5, 6\} = C$$

۶۵. گزینه ۳ صحیح است.

حل : با استفاده از ویژگی های جبر مجموعه هر یک از گزینه ها را بررسی می کنیم:

$$A' \cap B' = B' \rightarrow (A \cup B)' \xrightarrow{A \subset B \rightarrow A \cup B = B} (B)' = B' \quad \text{گزینه ۱) درست}$$

$$A' \cup B' = A' \rightarrow (A \cap B)' \xrightarrow{A \subset B \rightarrow A \cap B = A} (A)' = A' \quad \text{گزینه ۲) درست}$$

گزینه ۳) نادرست

$$(A \cup B) \cup (A \cap B) = A \Rightarrow \begin{cases} A \cup B \xrightarrow{A \subset B \rightarrow A \cup B = B} B \\ A \cap B \xrightarrow{A \subset B \rightarrow A \cap B = A} A \end{cases} \rightarrow B \cup A \xrightarrow{A \subset B \rightarrow A \cup B = B} B$$

گزینه ۴) درست

$$(A \cup B) \cap (A \cap B) = A \Rightarrow \begin{cases} A \cup B \xrightarrow{A \subset B \rightarrow A \cup B = B} B \\ A \cap B \xrightarrow{A \subset B \rightarrow A \cap B = A} A \end{cases} \rightarrow B \cap A \xrightarrow{A \subset B \rightarrow A \cap B = A} A$$

۶۶. گزینه ۱ صحیح است.

$$\begin{cases} n(A) = 60 \rightarrow \text{کالای نوع اول} \\ n(B) = 48 \rightarrow \text{کالای نوع دوم} \\ n(A \cap B) = 14 \rightarrow \text{کالای نوع اول و دوم} \\ n(A \cup B) = ? \end{cases}$$

حل :

اگر A و B دو مجموعه متناهی باشند در این صورت:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = ۶۰ + ۴۸ - ۱۴ = ۹۴$$

۶۷. گزینه ۳ صحیح است. حل کلاسیک :

$$[A' \cup (B \cap C)] \cup [A \cap (B \cap C)'] \stackrel{\text{با فرض}}{=} [A' \cup T] \cup [A \cap T']$$

داریم  $B \cap C = T$

$$= [(A' \cup T) \cup A] \cap [(A' \cup T) \cup T']$$

$$\Rightarrow [(A \cup A') \cup T] \cap [A' \cup (T \cup T')] = [U \cup T] \cap [A' \cup U] = U \cap U = U$$

$$\begin{cases} M = \{۱, ۲, ۳, ۴\} \\ A = \{۱, ۳\} \text{ , } A' = \{۲, ۴\} \\ B = \{۲, ۳\} \\ C = \{۳, ۴\} \end{cases}$$

حل تکنیکی :

$$[A' \cup (B \cap C)] \cup [A \cap (B \cap C)']$$

$$[\{۲, ۴\} \cup \underbrace{(\{۲, ۳\} \cap \{۳, ۴\})}_{\{۳\}}] \cup [\{۱, ۳\} \cap \underbrace{(\{۲, ۳\} \cap \{۳, ۴\})'}_{\{۳\}'}] = [\{۲, ۴\} \cup \{۳\}] \cup [\{۱, ۳\} \cap \{۱, ۲, ۴\}]$$

$$\{۲, ۳, ۴\} \cup \{۱\} = \{۱, ۲, ۳, ۴\} = U$$

۶۸. گزینه ۱ صحیح است.

$$\begin{cases} n(A) = ۲۵ = \text{دانشجویان درس خرد گرفته اند} \\ n(B) = ۳۰ = \text{دانشجویان درس کلان گرفته اند} \\ n(A \cup B) = ۴۵ - ۸ = ۳۷ = \text{کل دانشجویان درس خرد یا کلان گرفته اند} \\ n(A \cap B) = ? \end{cases}$$

پس تعداد دانشجویان که هر دو درس (خرد و کلان) را با هم گرفته اند:

توجه: (( و )) در ریاضیات نماد  $\leftarrow$  (  $\cap$  اشتراک )

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$۳۷ = ۲۵ + ۳۰ - n(A \cap B) \rightarrow n(A \cap B) = ۵۵ - ۳۷ = ۱۸$$

۸۰. گزینه ۱ صمیم است.

حل : با توجه به این که منطقه هاشور خورده منطقه اشتراکی بین دو مجموعه  $B$  و  $C$  می باشد که با  $A$  هیچ اشتراکی ندارد بنابراین پاسخ  $C - (A \cap B)$  نادرست است.

۸۱. گزینه ۴ صمیم است.

$$(A \subset B \wedge B \subset C) \rightarrow A \subset C$$

حل کلاسیک : می دانیم که اگر:

بررسی همه گزینه ها :

$$\begin{cases} A \subset B \rightarrow A \cap B = A \\ A \subset C \rightarrow A \cap C = A \end{cases} \rightarrow A \cap B = A \cap C \quad (\text{گزینه ۱})$$

$$\begin{cases} A \subset B \rightarrow A \cup B = B \\ B \subset C \rightarrow B \cap C = B \end{cases} \rightarrow A \cup B = B \cap C \quad (\text{گزینه ۲})$$

$$\begin{cases} A \subset C \rightarrow A \cup C = C \\ B \subset C \rightarrow B \cup C = C \end{cases} \rightarrow A \cup C = B \cup C \quad (\text{گزینه ۳})$$

$$\begin{cases} B \subset C \rightarrow B \cap C = B \\ A \subset C \rightarrow A \cap C = A \end{cases} \rightarrow B \cap C \neq A \cap C \quad (\text{گزینه ۴} \checkmark)$$

$$\begin{cases} U = \{1, 2, 3, 4\} \\ C = \{1, 2, 3, 4\} \\ B = \{2, 3\} \\ A = \{3\} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} A \subset B \\ B \subset C \end{cases} \quad \text{حل تکنیکی :}$$

$$\underbrace{A \cup B}_{\{2, 3\}} = \underbrace{B \cap C}_{\{2, 3\}} \quad (۲)$$

$$\underbrace{A \cap B}_{\{3\}} = \underbrace{A \cap C}_{\{3\}} \quad (۱)$$

$$\underbrace{B \cap C}_{\{2, 3\}} \neq \underbrace{A \cap C}_{\{3\}} \quad (۴ \checkmark)$$

$$\underbrace{A \cup C}_{\{1, 2, 3, 4\}} = \underbrace{B \cup C}_{\{1, 2, 3, 4\}} \quad (۳)$$

۸۲. گزینه ۲ صمیم است.

$$A' - B' = A' \cap (B')' = A' \cap B = B \cap A' = B - A \quad \text{حل کلاسیک :}$$

$$\begin{cases} U = \{1, 2, 3, 4\} \\ B = \{1, 2, 3, 4\} \\ A = \{2, 3\} \end{cases} \xrightarrow{\text{فرض مسئله } A \subset B} \begin{cases} B' = \emptyset \\ A' = \{1, 4\} \end{cases} \quad \text{حل تکنیکی :}$$

$$A' - B' = \{1, 4\} - \emptyset = \{1, 4\}$$

بررسی همه گزینه ها:

$$A - B = \{2, 3\} - \{1, 2, 3, 4\} = \emptyset \quad (1) \times$$

$$B - A = \{1, 2, 3, 4\} - \{2, 3\} = \{1, 4\} \quad (2) \checkmark$$

$$B = \{1, 2, 3, 4\} \quad (4) \times \quad A = \{2, 3\} \quad (3) \times$$

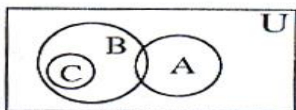
۸۳. گزینه ۱ صحیح است. راه اول کلاسیک :

$$C \cap (A - B) = (C \cap A) - (C \cap B) \quad \frac{A \cap C = \emptyset \text{ که این به } \overline{B \cap C} = \overline{C}}{\overline{B \cap C} = \overline{C}} \quad \emptyset - C = \emptyset$$

راه دوم کلاسیک :

با توجه به فرض سوال چون  $A \cap C = \emptyset$  است پس  $A$  و  $C$  دو مجموعه جدا از هم می باشند و

چون  $B \cap C = C$  پس  $C \subset B$  است. در نتیجه با توجه به شکل  $C \cap (A - B) = \emptyset$



حل تکنیکی : طبق مفروضات مسئله مجموعه ها را به عدد تبدیل می کنیم و در آخر جواب بدست آمده را با گزینه ها مقایسه می کنیم.

$$\begin{cases} A = \{1, 2, 3\} \\ B = \{4, 5\} \\ C = \{5\} \end{cases} \quad \begin{cases} A \cap C = \emptyset \\ B \cap C = C \\ B \neq C \end{cases}$$

$$C \cap (A - B) = \{5\} \cap \left( \underbrace{\{1, 2, 3\} - \{4, 5\}}_{\{1, 2, 3\}} \right) = \{5\} \cap \{1, 2, 3\} = \emptyset$$

۸۴. گزینه ۲ صحیح است.

حل : با توجه به تصویر داده شده مجموعه  $B$  زیر مجموعه  $A$  و هم چنین مجموعه های  $C$  و  $D$  زیر مجموعه  $B$  هستند، بنابراین  $C, B$  و  $D$  زیر مجموعه ی  $A$  هستند یعنی اگر یک عضو  $A$  نباشد نمی تواند در  $C, B$  یا  $D$  باشد، اما مجموعه های  $C$  و  $D$  هیچ کدام زیر مجموعه دیگری نیستند و هر یک می توانند عضوهایی داشته باشند که در دیگری باشد یا نباشد.