ریاضیات DLM

آموزش سه‌بعدی مفاهیم

ریاضیات پایه

طراح، مؤلف و گردآورنده:

امین بنیادگذار

ویراستار علمی:

حسین خدامی

عنوان **صفحه**

ریاضیات پایه

فصل اول: توان(نما) ۷

به توان رساندن یک عدد توان دار: $(a^m)^n$ ۷

ضرب و تقسیم اعداد توان دار ۸

ضرب اعداد توان دار با پایه های مساوی و توان های متفاوت $(a^m \times a^n)$ ۸

تقسیم اعداد توان دار با پایه های مساوی و توان های متفاوت $(a^m \div a^n)$ ۸

ضرب اعداد توان دار با پایه های متفاوت و توان های مساوی $(a^n \times b^n)$ ۱۰

تقسیم اعداد توان دار با پایه های متفاوت و توان های مساوی $(a^n \div b^n)$ ۱۰

ضرب اعداد توان دار با پایه های متفاوت و توان های متفاوت $(a^m \times b^n)$ ۱۲

تقسیم اعداد توان دار با پایه های متفاوت و توان های متفاوت $(a^m \div b^n)$ ۱۳

ضرب اعداد توان دار با پایه های مساوی و توان های مساوی $(a^m \times a^m)$ ۱۵

تقسیم اعداد توان دار با پایه های مساوی و توان های مساوی $(a^m \times a^m)$ ۱۵

جمع و تفریق اعداد توان دار ۱۶

معادله های توانی (نمایی) ۱۷

نحوه حل معادلات توانی ۱۷

فصل دوم: رادیکال‌ها ۱۹

معرفی مجموعه ها ۱۹

ریشه ی دوم یک عدد ۱۹

ریشه ی n ام یک عدد $(\sqrt[n]{a})$ ۲۱

توان کسری ۲۲

ساده کردن رادیکال ۲۲

ضرب کردن رادیکال هایی با فرجه های مساوی ۲۳

تقسیم رادیکال هایی با فرجه های مساوی ۲۴
ضرب و تقسیم رادیکال ها با فرجه های غیرمساوی ۲۷
گویا کردن مخرج کسرها ۳۱
روش۱) گویا کردن مخرج کسرهایی که به شکل $\frac{A}{\sqrt[n]{a}}$ هستند ۳۱
روش۲) گویا کردن مخرج کسرهایی که به شکل $\frac{A}{\sqrt[n]{a^m}}$ هستند ۳۲
روش۳) گویا کردن مخرج کسرهایی که به صورت $\frac{A}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$ هستند ۳۳
فصل سوم: معادلات و نامعادلات جبری ۳۹
معادله یک مجهولی درجه اول ۳۹
نحوه تعیین علامت معادله درجه اول ۴۱
نامعادلات درجه اول ۴۶
روش حل نامعادلات درجه اول ۴۶
معادله درجه دوم ۵۱
الف)اگر معادله $y = ۰$ دارای دو ریشه ی متمایز($x_۱$ و $x_۲$) باشد ۵۱
تعبیر هندسی حالت الف ۵۱
توضیح در مورد شکل سهمی در معادله درجه دوم $p = ax^۲ + bx + c$ ۵۴
ب) اگر معادله‌ی $p = ax^۲ + bx + c = ۰$ ریشه مضاعف‌داشته باشد ۵۶
تعبیر هندسی حالت ب ۵۷
ج) اگر معادله ی $p = ax^۲ + bx + c = ۰$ ریشه نداشته باشد ۵۸
تعبیر هندسی حالت ج ۵۸
نامعادلات درجه دوم ۵۹
تعیین علامت عبارت $p = (ax + b)^n, (n \in N)$ ۶۶
الف) اگر توان پرانتز (یعنی n) زوج باشد ۶۶
ب) اگر توان پرانتز (یعنی n) فرد باشد ۶۷
تعیین علامت عبارت $p = |ax + b|$ ۶۸

نکات مهم در حل معادله درجه دوم ۶۹
فصل چهارم: اتحادهای جبری و تجزیه چند جمله ای ها..... ۷۱
اتحاد مربعِ (یا مجذور) مجموع دو جمله..... ۷۱
اتحاد مربع تفاضل دو جمله..... ۷۱
اتحاد مزدوج ۷۲
اتحاد جمله مشترک ۷۲
اتحاد مربع سه جمله ای ۷۳
اتحاد مجموع و تفاضل مکعبات دو جمله ۷۴
اتحاد مکعب مجموع و تفاضل دو جمله ۷۵
اتحاد مکعب تفاضل دو جمله..... ۷۶
کاربرد اتحادها..... ۷۷
تجزیه چند جمله ای ها ۷۸
تجزیه یک عدد به عوامل اول ۷۸
تعیین بزرگترین مقسوم علیه مشترک اعداد (ب.م.م) ۸۰
تجزیه چند جمله ای ها ۸۱
روش فاکتور گیری..... ۸۱
تجزیه با استفاده از اتحاد مربع دو جمله ای ۸۲
تجزیه با استفاده از اتحاد جمله مشترک..... ۸۳
۳ شرط مهم جهت استفاده از اتحاد جمله مشترک..... ۸۴
تجزیه با استفاده از اتحاد مزدوج..... ۸۵
شروط استفاده از اتحاد مزدوج ۸۵
تجزیه با استفاده از اتحادهای مجموع و تفاضل مکعبات دوجمله ۸۵
تجزیه با استفاده از اتحاد مکعب مجموع و تفاضل دو جمله..... ۸۶
تجزیه بوسیله اضافه و کم کردن ۸۷

فصل پنجم: بازه ها..... ۸۹

خلاصه فصل اول(توان (نما)).....۹۵

خلاصه فصل دوم (رادیکال ها) ۹۷

خلاصه فصل سوم(معادلات و نامعادلات جبری) ۱۰۰

خلاصه فصل چهارم(اتحادهای جبری و تجزیه چند جمله ای ها) ۱۰۳

تست های جامع از تمامی فصول ریاضیات پایه ۱۰۵

فصل اول: توان (نما)

یکـی از راه هـای مناسـب بـرای نشـان دادن حاصـل ضـرب هـایی بـه صـورت ۲ × ۲ × ۲ یـا ۵ × ۵ × ۵ × ۵، اسـتفاده از تـوان مـی باشـد. بـرای ایـن منظـور کافیسـت عـددی را کـه چند بـار در خـودش ضـرب شـده اسـت را نوشـته و تعـداد دفعـات ضـرب را در بـالای آن قـرار دهیم، یعنی می توان گفت:

$$\begin{cases} ۲ \times ۲ \times ۲ = \underbrace{۲}_{\text{پایه}}^{\text{توان}\ ۳} \\ ۵ \times ۵ \times ۵ \times ۵ = \underbrace{۵}_{\text{پایه}}^{\text{توان}\ ۴} \end{cases}$$

در استفاده از توان ها قرار دادهای زیر را خواهیم داشت:

۱) توان سوم یک عدد را مکعب آن عدد گوییم، به عنوان مثال، $۵^۳$ مکعب عدد ۵ است.

۲) توان دوم یک عدد را مجذور(یا مربع) آن عدد گوییم، به عنوان مثال، $۵^۲$ مجذور عدد ۵ است.

۳) بدیهی است توان یکمِ هر عدد، با خودش برابر است، به عنوان مثال $۵^۱$ برابر عدد ۵ است.

۴) توان صفرِ هر عدد برابر عدد یک می باشد، به عنوان مثال حاصل $۵^۰$ یا $۱۰۰۰۰۰^۰$مساوی ۱ است.

به توان رساندن یک عدد توان دار: $(a^m)^n$

منظور از $a^۳$ یعنی $a \times a \times a$ بنابراین هنگامی که می خواهیم عبارتی نظیر $(a^۳)^۲$ را محاسبه کنیم، داریم :

$$(a^۳)^۲ = a^۳ \times a^۳ = \overbrace{a \times a \times a}^{a^۳} \times \overbrace{a \times a \times a}^{a^۳} = a^۶$$

نتیجه گیری مهم: اگر a یک عدد حقیقی و m و n اعداد طبیعی فرض شوند، آن گاه داریم:

$$(a^m)^n = a^{mn} \xrightarrow{\text{مثال}} (۵^۲)^۷ = ۵^{۲\times۷} = ۵^{۱۴}$$

ضرب و تقسیم اعداد توان دار

حالت اول) پایه ها مساوی و توان ها (نماها) متفاوت ، مثل: $۲^۴ \times ۲^۳$

حالت دوم) پایه ها متفاوت و توان ها (نماها) مساوی، مثل: $۷^۴ \times ۸^۴$

حالت سوم) پایه ها متفاوت و توان ها (نماها) متفاوت، مثل: $۵^۲ \times ۳^۴$

حالت چهارم) پایه ها مساوی و توان ها (نماها) مساوی، مثل: $۲^۳ \times ۲^۳$

حالت اول:

الف) <u>ضرب</u> اعداد توان دار با پایه های مساوی و توان های متفاوت ($a^m \times a^n$):

دستورالعمل حل: کافیست یکی از پایه ها را نوشته و توان ها را با هم **<u>جمع</u>** کنیم.

به مثال های زیر توجه کنید :

مثال ۱) $۲^۴ \times ۲^۳ = ۲^{۴+۳} = ۲^۷$

مثال ۲) $۵^۲ \times ۵^۷ = ۵^{۲+۷} = ۵^۹$

مثال ۳) $۲^۴ \times ۲^۸ \times ۲^۷ \times ۲^۹ \times ۲ \times ۲^{۱۱} = ۲^{۴+۸+۷+۹+۱+۱۱} = ۲^{۴۰}$

نتیجه: اگر a یک عدد حقیقی و m و n اعداد طبیعی فرض شوند، آن گاه می توان گفت:

$a^m \times a^n = a^{m+n}$ (مثال های ۱ و ۲)

و اگر a یک عدد حقیقی و m و n و ... k اعداد طبیعی فرض شوند، می‌توان گفت:

$a^m a^n \dots a^k = a^{m+n+\cdots+k}$ (مثال ۳)

ب) <u>تقسیم</u> اعداد توان دار با پایه های <u>مساوی</u> و توان های متفاوت ($a^m \div a^n$)

دستورالعمل حل : کافیست یکی از پایه ها را نوشته و توان ها رااز هم **<u>کم</u>** کنیم (یعنی دقیقاً برعکس حالت ضرب که توانها را با هم جمع می‌کردیم).

مثال ۱) $۲^۵ \div ۲^۳ = \frac{۲^۵}{۲^۳} = ۲^{۵-۳} = ۲^۲$

مثال ۲) $۵^۷ \div ۵ = \frac{۵^۷}{۵} = ۵^{۷-۱} = ۵^۶$

نتیجه: اگر a یک عدد حقیقی و m و n اعداد طبیعی فرض شوند، آن گاه می توان گفت:

$$a^m \div a^n = a^{m-n} \xrightarrow{\text{مثال}} ۷^{۱۳} \div ۷^{۶} = ۷^{۱۳-۶} = ۷^{۷}$$

نکته مهم: به ازای هر عدد حقیقیِ مخالف صفر (مانند a) و هر عدد طبیعی، می توان گفت اگر عدد را از صورت به مخرج یا از مخرج کسر به صورت آن انتقال دهیم، توان در یک منفی ضرب می شود (یعنی توان، قرینه می‌شود؛ به این مفهوم که اگر توان مثبت باشد، منفی شده و اگر منفی باشد، مثبت خواهد شد):

$$a^{-n} = \frac{۱}{a^n} \xrightarrow{\text{مثال}} ۷^{-۳۹} = \frac{۱}{۷^{۳۹}}$$

یادآوری : به ازای هر عدد حقیقی مخالف صفر مانند a می توان گفت که عدد به توان صفر برابر با یک می باشد. به مثال های زیر توجه کنید :

$$a^{۰} = ۱ \xrightarrow{\text{مثال}} (\frac{\sqrt{۲}}{۳})^{۰} = ۱ \quad \text{یا} \quad (-\frac{۷}{۹})^{۰} = ۱ \quad \text{یا} \quad ۳۰۰۰۰۰۰۰^{۰} = ۱$$

تذکرمهم: صفر به توان صفر $(۰^{۰})$ تعریف نشده یا به عبارت دیگر مبهم است.

حالت دوم:

الف) ضرب اعداد توان دار با پایه های متفاوت و توان های مساوی $(a^n \times b^n)$

دستورالعمل حل: کافیست پایه ها را در هم ضرب کرده و یکی از توان ها را برای آن قرار دهیم.

مثال ۱) $۷^۴ \times ۸^۴ = (۷ \times ۸)^۴ = ۵۶^۴$

مثال ۲) $۵^۶ \times ۸^۶ = (۵ \times ۸)^۶ = ۴۰^۶$

نتیجه: در حالت کلی می توان گفت اگر b, a اعداد حقیقی و n یک عدد طبیعی فرض شود، آنگاه:

$$a^n \times b^n = (a \times b)^n$$

تذکر : اگر a , b , ... , k اعداد حقیقی و n یک عدد طبیعی فرض شود آن گاه می توان گفت :

$$a^n \times b^n \times \dots \times k^n = (ab \dots k)^n$$

مثال: $۲^۵ \times ۱۰^۵ \times ۴^۵ \times ۶^۵ \times ۵^۵ = (۲ \times ۱۰ \times ۴ \times ۶ \times ۵)^۵ = ۲۴۰۰^۵$

ب) تقسیم اعداد توان دار با پایه های متفاوت و توان های مساوی $(a^n \div b^n)$

دستورالعمل حل : کافیست پایه ها را بر یکدیگر تقسیم کرده و یکی از توان ها را بنویسیم.

به مثال های زیر توجه کنید :

مثال ۱) $۱۰^۶ \div ۲^۶ = (\frac{۱۰}{۲})^۶ = ۵^۶$

مثال ۲) $۱۵^۸ \div ۳^۸ = (\frac{۱۵}{۳})^۸ = ۵^۸$

نتیجه: در حالت کلی می توان گفت: اگر a و b اعداد حقیقی و n یک عدد طبیعی باشد داریم:

$$a^n \div b^n = (\frac{a}{b})^n$$

دو تذکرمهم:

۱- هر عدد منفی که به توان عددی **زوج** برسد، حاصل آن عددی مثبت خواهد شد.

مثال) $(-۱)^{۲} = -۱ \times -۱ = ۱$

۲- هر عدد منفی که به توان عددی **فرد** برسد، حاصل آن عددی منفی خواهد شد.

مثال ۱) $(-۲)^{۱۳۸۳ \rightarrow \text{عدد فرد}} = -۲^{۱۳۸۳}$

مثال ۲) $(-۱۴۵)^{۸ \rightarrow \text{عدد زوج}} = ۱۴۵^{۸}$

فصل دوم

معرفی مجموعه ها

۱) مجموعه اعداد طبیعی : $N = \{۱,۲,۳, \dots\}$

مجموعه اعداد طبیعی زوج $E = \{۲,۴,۶, \dots\} = \{۲n : n \in N\}$

مجموعه اعداد طبیعی فرد $O = \{۱,۳,۵, \dots\} = \{۲n - ۱ : n \in N\}$

۲) مجموعه اعداد حسابی : $W = \{۰,۱,۲,۳, \dots\}$

۳) مجموعه اعداد صحیح : $Z = \{\dots, -۲, -۱,۰,۱,۲, \dots\}$

۴) مجموعه های اعداد گویا (ا اعدادکسری) : $Q: \{\frac{a}{b} \mid a, b \in Z, b \neq ۰\}$ ← مثل۷و $\frac{-۳}{۵}$

۵)مجموعه های اعداد گنگ : (اصم) : اعداد اعشاری بی پایان و غیر متناوب، در مجموعه‌ی اعداد گویا قرار ندارند و آنها را با Q' نمایش می دهند برای مثال : $\sqrt{۳}, \pi, \dots$ ۲/۳۱۴۵

۶) مجموعه اعداد حقیقی : مجموعه شامل تمام اعداد بالا که آن را با R نمایش می دهند یعنی :

$R = Q \cup Q'$

تذکر : مجموعه بدون عضو را مجموعه تهی می گویند و آن را بانماد { } یا $\emptyset$ نمایش می دهند.

نکته : به طور کلی می توان گفت : $N \subset W \subset Z \subset Q \subset R$

ریشه ی دوم یک عدد

در معادله ی $x^۲ = ۹$ اعداد ۳ − و۳ جواب های معادله هستند. زیرا $۳^۲ = ۹$ و $(-۳)^۲ = ۹$

بنابراین اعداد ۳و۳− را ریشه های **دوم** عدد ۹ می گوییم.

اگر x یک عدد حقیقی و a یک عدد مثبت باشد و $x^۲ = a$ در این صورت داریم:

$$x = \sqrt{a}\ , x = -\sqrt{a} \quad \xrightarrow{\text{مثال}} \quad x^۲ = ۲۵ \rightarrow \begin{cases} x = \sqrt{۲۵} = ۵ \\ x = -\sqrt{۲۵} = -۵ \end{cases}$$

اعداد **منفی** ریشه دوم حقیقی ندارند، برای مثال ۳− یا $-\frac{۱}{۱۶}$ ریشه دوم حقیقی ندارند. اگه گفتین چرا؟ ... چون ما نمی‌تونیم هیچ عدد منفی‌ای را پیدا کنیم که بعد از اینکه به توان دو رسید،

منفی بماند. چون هر عدد منفی‌ای با به توان ۲ رسیدن، مثبت می‌شود، زیرا منفی در منفی ضرب میشه و حاصلش میشه مثبت، مثلا اگه ۲- به توان دو برسه، میشه -۲×-۲ که در اینجا، منفی ها در هم ضرب میشن و حاصل‌شون مثبت میشه (یعنی ۴+). درنتیجه برای اینکه یه عدد، ریشه دوم حقیقی داشته باشه، حتما باید **مثبت** باشه، مثل ۴+

حاصل یک رادیکال با فرجه **زوج** (مانند $\sqrt[۲]{a}$) همواره مقداری مثبت یا صفر می باشد:

مثال: $\sqrt{۲} > ۰$ یا $\sqrt{۰} = ۰$ یا $\sqrt{۵} > ۰$

تذکر: تنها رادیکال با **فرجه زوج** است که باید زیر آن عددی مثبت یا صفر باشد (نمی تواند منفی باشد، یعنی عبارت $\sqrt[۴]{-۲}$ جواب ندارد، زیرا فرجه رادیکال مثبته، ولی عبارت زیر رادیکال منفی است.) ولی رادیکال با **فرجه فرد**، زیر آن می تواند عدد منفی هم قرار گیرد.

یعنی

$$\left.\begin{array}{l} \sqrt[۲k]{\quad} \rightarrow \geq ۰ : \begin{pmatrix} + \\ ۰ \end{pmatrix} \text{ (رادیکال فرجه زوج)} \\ \sqrt[۲k+۱]{\quad} \rightarrow \begin{pmatrix} + \\ - \\ ۰ \end{pmatrix} \text{ (رادیکال فرجه فرد)} \end{array}\right\}$$

مثال: $\sqrt[۳]{-۲۷} < ۰$ که در اینجا، عبارت زیر رادیکال می تواند منفی هم باشد، زیرا فرجه رادیکال فرد است.

در عبارت $\sqrt[۴]{۲} > ۰$ زیر رادیکال باید ۰ یا مثبت باشد، زیرا فرجه رادیکال، زوج است.

بدیهی است که اگر در عبارت رادیکالی، فرجه آن نوشته نشده باشد، فرجه آن ۲ می باشد، برای مثال:

$$\sqrt{۵} = ۵^{\frac{۱}{۲}}$$

ریشه ی n ام یک عدد ($\sqrt[n]{a}$)

همان طور که ملاحظه کردید از تعریف توان دوم یک عدد، ریشه ی دوم را تعریف نمودیم، به طور مشابه می‌توانیم از تعریف توان سوم، چهارم ، ... و توان n ام $(n \in N)$ به ترتیب ریشه های سوم، چهارم، ...، و n ام را تعریف کرد.

مثال:

۱) از $۵^۳ = ۱۲۵$ نتیجه می شود $\sqrt[۳]{۱۲۵} = \sqrt[۳]{۵^۳} = ۵$ و می‌خوانیم ریشه ی سوم ۱۲۵برابر ۵ است.

۲) از $۲^۶ = ۶۴$ نتیجه می شود $\sqrt[۶]{۶۴} = \sqrt[۶]{۲^۶} = ۲$ و می خوانیم ریشه ی ششم مثبت عدد ۶۴ برابر ۲ است.

۳) از $(-۲)^۳ = -۸$ نتیجه می شود $\sqrt[۳]{-۸} = \sqrt[۳]{(-۲)^۳} = -۲$ و می خوانیم ریشه ی سوم ۸− برابر ۲− است.

تذکر: اگر m و n اعداد طبیعی باشند و $a \in R$ و $n \geq ۲$ داریم:

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} = a^{\frac{\text{توان عبارت زیر رادیکال}}{\text{فرجه رادیکال}}}$$

❄ توجه داشته باشید که اگر فرجه (n) زوج باشد، باید a^m نامنفی باشد، زیرا قبلا یادگرفتیم که وقتی فرجه رادیکال زوج باشد، عبارت زیر رادیکال (یعنی a^m) باید حتما نامنفی (مثبت یا صفر) باشد.

مثال: عبارتهای $\sqrt[۵]{۱۰۲۴}$ و $\sqrt[۳]{۵^{۱۸}}$ را در صورت امکان ساده کنید؟

۱) $\sqrt[۵]{۱۰۲۴} = \sqrt[۵]{۲^{۱۰}} = ۲^{\frac{۱۰}{۵}} = ۲^۲ = ۴$

۲) $\sqrt[۳]{۵^{۱۸}} = ۵^{\frac{۱۸}{۳}} = ۵^۶$

مثال: عبارت رادیکالی زیر را به صورت کسری بنویسید.

۱) $\sqrt[۵]{۷^۳} = ۷^{\frac{۳}{۵}}$

۲) $\sqrt[۱۷]{۵^۴} = ۵^{\frac{۴}{۱۷}}$

توان کسری: رابطه بسیار نزدیکی میان عبارت های رادیکالی و اعداد توان دار وجود دارد، برای این منظور به مثال زیر توجه کنید.

$$\sqrt{۵} \times \sqrt{۵} = ۵^{\frac{۱}{۲}} \times ۵^{\frac{۱}{۲}} = ۵^{\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۲}} = ۵^{۱} = ۵$$

ساده کردن رادیکال: به ازای $a, b \geq ۰$ (یعنی اگر a, b اعدادی نامنفی باشند: مثبت یا صفر)، آنگاه داریم:

$$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b}$$

مثال: رادیکال های $\sqrt[۳]{۲} \times \sqrt[۳]{-۴}$ و $\sqrt{۵۰}$ را تا حد امکان ساده کنید؟

$$۱) \quad \sqrt{۵۰} = \sqrt{۲۵ \times ۲} = \sqrt{۵^{۲} \times ۲} = \sqrt{۵^{۲}} \times \sqrt{۲} = ۵\sqrt{۲}$$

توضیح: برای ساده کردن $\sqrt{۵۰}$، اول باید عبارت زیر رادیکال رو بصورت یه عدد توان‌دار بنویسیم تا در آخر سر بتونیم توان این عبارت رو با فرجه رادیکال ساده کنیم. در این مثال، برای ساده کردن عدد ۵۰، دو راه وجود داره: ۱۰×۵ یا ۲۵×۲ خب، حالا میخواهیم هر دوی این راه‌ها رو امتحان کنیم (ولی نتیجه هردوشون یکسانه):

راه اول: استفاده از ۲۵×۲ : در اینحالت، باید عدد ۲۵ رو هم تجزیه کنیم تا بصورت یه عدد تواندار دربیاد، یعنی به شکل $۵^{۲}$. حالا عبارت ما بصورت $\sqrt{۵^{۲} \times ۲}$ درمیاد که دراینجا با استفاده از قاعده ساده کردن رادیکالها که در کادر بالا یادگرفتیم، می‌تونیم این دو عبارت رو از هم جدا کنیم (یعنی یک رادیکال رو به دو رادیکال تجزیه کنیم: $\sqrt{۵^{۲} \times ۲} = \sqrt{۵^{۲}} \times \sqrt{۲}$). خب، حالا طبق قاعده $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$ که تو صفحه قبل یادگرفتیم، می‌تونیم بنویسیم:

$$\sqrt{۵^{۲}} = ۵^{\frac{۲}{۲}} = ۵^{۱} = ۵$$

راه دوم: استفاده از ۱۰×۵ : در اینحالت، باید عدد ۱۰ رو تجزیه کنیم (بصورت۵×۲) ، یعنی:

$$\sqrt{۵۰} = \sqrt{۵ \times ۱۰} = \sqrt{۵ \times ۲ \times ۵} = \sqrt{۵^{۲} \times ۲} = \sqrt{۵^{۲}} \times \sqrt{۲} = ۵\sqrt{۲}$$

تعیین علامت عبارت $p = |ax + b|$

اگر عبارت درجه اولِ $ax + b$ داخل قدر مطلق باشد، علامت عبارت $p = |ax + b|$ **همواره مثبت** میشه.

توضیح: می‌دونیم اگه هر عددی (چه منفی و چه مثبت) داخل قدر مطلق قرار بگیره، علامتش مثبت میشه (مثلا: $|+۴| = ۴$, $|-۴| = ۴$). بنابراین وقتی عبارت $ax + b$ هم داخل قدرمطلق قراربگیره، علامتش **همواره مثبت** میشه:

x	$x < -\frac{b}{a}$	$-\frac{b}{a}$	$x > -\frac{b}{a}$
$p = \|ax + b\|$	$+$	$\circ$	$+$

مثال) عبارت $p = |۲x - ۶|$ را تعیین علامت کنید.

حل) $p = |۲x - ۶| \rightarrow ۲x - ۶ = ۰ \rightarrow ۲x = ۶ \rightarrow \boxed{x = ۳}$

x		۳	
$\|۲x - ۶\|$	$+$	$\circ$	$+$

نکات مهم در حل معادله درجه دوم:

حالات خاصی که در آن، برای بدست آوردن ریشه‌ها، بدون نیاز به روش دلتا یا تجزیه (به کمک اتحادها) می‌تونیم از روشهای تستی و سریع، ریشه رو بدست بیاریم:

نکته۱) اگر در معادله درجه دوم $(ax^۲ + bx + c)$ ، جمع ضرایب صفر شود، یعنی $(a + b + c = ۰)$ ، آن گاه به سرعت می توان گفت که یکی از ریشه ها برابر ۱ و ریشه دیگر برابر $\frac{c}{a}$ می باشد:

$$a + b + c = ۰ \quad \rightarrow \quad x_۱ = ۱ \quad \text{و} \quad x_۲ = \frac{c}{a}$$

مثال) ریشه های معادله $۳x^۲ - ۵x + ۲$ را بدون روش Δ تعیین کنید؟

حل حرفه ای)

$$۳x^۲ - ۵x + ۲ = ۰ \xrightarrow{a+b+c=۰} ۳ + (-۵) + ۲ = ۰ \quad \rightarrow \quad \begin{cases} x_۱ = ۱ \\ x_۲ = \frac{c}{a} = \frac{۲}{۳} \end{cases}$$

نکته۲) اگر در معادله درجه دوم $(ax^۲ + bx + c)$ ، $b = a + c$ باشد، آنگاه می توان گفت که یکی از ریشه ها برابر -۱ و ریشه دیگر برابر $-\frac{c}{a}$ می باشد:

$$b = a + c \quad \rightarrow \quad x_۱ = -۱ \quad \text{و} \quad x_۲ = -\frac{c}{a}$$

مثال) ریشه های معادله $۳x^۲ + ۵x + ۲$ را بدون روش Δ تعیین کنید؟

(حل حرفه ای $۳x^۲ + ۵x + ۲ = ۰ \xrightarrow{a+c=b} (۳ + ۲ = ۵) \rightarrow \begin{cases} x_۱ = -۱ \\ x_۲ = \frac{-c}{a} = -\frac{۲}{۳} \end{cases}$

نکته۳) اگر معادله ای چند جمله ای داشته باشیم که در آن مجموع ضرایب معادله $f(x) = ۰$ برابر صفر باشد، آنگاه یک ریشه برابر ۱ است و برای بدست آوردن ریشه های دیگر باید معادله $f(x)$ را بر $(x - ۱)$ تقسیم کنیم.

مثال) جواب های معادله $f(x) = x^۳ + ۲x^۲ - x - ۲$ را به دست آورید؟

حل) چون جمع ضرایب، مساوی صفر است ← $(۱ + ۲ - ۱ - ۲ = ۰)$، پس یکی از ریشه ها برابر ۱ است و برای بدست آوردن ریشه های دیگر، $f(x)$ را بر $(x - ۱)$ تقسیم می‌کنیم.

$$
\begin{array}{l|l}
\cancel{x^۳} + ۲x^۲ - x - ۲ & x - ۱ \\
\cancel{-x^۳} + x^۲ & \overline{x^۲ + ۳x + ۲} \\
\hline
\cancel{۳x^۲} - x - ۲ & \\
\cancel{-۳x^۲} + ۳x & \\
\hline
\cancel{۲x} - ۲ & \\
\cancel{-۲x} + ۲ & \\
\hline
۰ &
\end{array}
$$

$$x^۳ + ۲x^۲ - x - ۲ = ۰ \rightarrow (x - ۱)(x^۲ + ۳x + ۲) = ۰$$

$$\begin{cases} x - ۱ = ۰ \rightarrow \boxed{x_۱ = ۱} \\ x^۲ + ۳x + ۲ = ۰ \xrightarrow{a+c=b} \begin{cases} \boxed{x_۲ = -۱} \\ x_۳ = -\dfrac{c}{a} = -\dfrac{۲}{۱} \rightarrow \boxed{x_۳ = -۲} \end{cases} \end{cases}$$

خلاصه فصل سوم(معادلات و نامعادلات جبری)

معادلات و نامعادلات جبری

معادله درجه اول:

$y = ax + b$

فرمول ⟵ $ax + b = ۰ \to ax = -b \to x = \dfrac{\overbrace{-b}^{\text{بخش معلوم}}}{\underbrace{a}_{\text{ضریب بخش مجهول}}}$

مثال ⟵ $۲x - ۱ = ۰ \to ۲x = ۱ \to x = \dfrac{۱}{۲}$

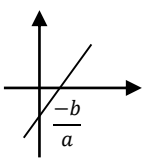
تعیین علامت و تعبیر هندسی آن

$a > ۰$

جدول تعیین علامت ⟵

x	$-\infty$	$-\dfrac{b}{a}$	$+\infty$
$ax+b$	مخالف علامت a		موافق علامت a

تعبیر هندسی ⟵

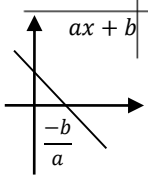


$a < ۰$

جدول تعیین علامت ⟵

x	$-\infty$	$-\dfrac{b}{a}$	$+\infty$
$ax+b$	مخالف علامت a		موافق علامت a

تعبیر هندسی ⟵



نامعادله درجه اول

$ax + b \geq ۰$
$ax + b > ۰$ ⟵ مقادیری از x مورد توجه خواهد بود که عبارت را مثبت یا صفر کند.

$ax + b \leq ۰$
$ax + b < ۰$ ⟵ مقادیری از x مورد توجه خواهد بود که عبارت را منفی یا صفر کند.

مثال ⟵ $۳x + ۹ \leq ۰ \to ۳x + ۹ = ۰ \to ۳x = -۹ \to x = -۳$

x	$-\infty$	-۳	$+\infty$
$\underbrace{۳x+۹}_{a>۰}$	$-$	ج	$+$

$\to x \in (-\infty, -۳]$

ادامه خلاصه فصل سوم(معادلات و نامعادلات جبری)

معادلات و نامعادلات جبری

معادله درجه دوم $= p$

$ax^{۲} + bx + c$

فرمول ← c, b, a سه عدد حقیقی و $a \neq ۰$ باشد ← $p = ax^{۲} + bx + c$

$[\Delta = b^{۲} - ۴ac]$

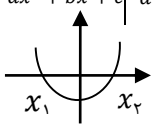
$\Delta > ۰$ (دو ریشه متمایز)

$a > ۰$

جدول تعیین علامت ←

x		$x_{۱}$		$x_{۲}$	
$p = ax^{۲} + bx + c$	a موافق علامت		a مخالف علامت		a موافق علامت

تعبیر هندسی ←



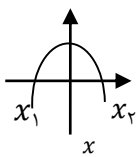
$S(\frac{-b}{۲a}, -\frac{\Delta}{۴a})$

$a < ۰$

جدول تعیین علامت ←

x		$x_{۱}$		$x_{۲}$	
$p = ax^{۲} + bx + c$	a موافق علامت		a مخالف علامت		a موافق علامت

تعبیر هندسی ←



$S(\frac{-b}{۲a}, -\frac{\Delta}{۴a})$

$\Delta = ۰$ (ریشه مضاعف)

(پرانتز به توان دو = مربع)

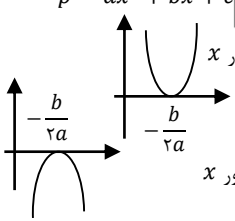
جدول تعیین علامت

x		$-\frac{b}{۲a}$	
$p = ax^{۲} + bx + c$	a موافق علامت		a موافق علامت

تعبیر هندسی

$a > ۰$ ← نمودار p بالای محور x

$a < ۰$ ← نمودار p پایین محور x



$\Delta < ۰$ (ریشه نداشته باشد)

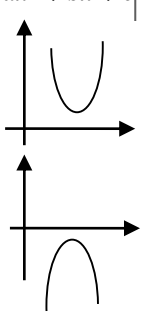
جدول تعیین علامت

x		x
$p = ax^{۲} + bx + c$	a موافق علامت	

تعبیر هندسی

$a > ۰$

$a < ۰$



ادامه خلاصه فصل سوم(معادلات و نامعادلات جبری)

معادلات و نامعادلات جبری

نامعادله درجه دوم

$ax^{۲}+bx+c \geq ۰$
$ax^{۲}+bx+c > ۰$ ← مقادیری از x را انتخاب می کنیم که عبارت مثبت یا صفر شود.

$ax^{۲}+bx+c \leq ۰$
$ax^{۲}+bx+c < ۰$ ← مقادیری از x را انتخاب می کنیم که عبارت منفی یا صفر شود.

مثال ←

$$\begin{cases} x^{۲}+۳x \geq ۰ \rightarrow x^{۲}+۳x=۰ \rightarrow x(x+۳x)=۰ \\ x=۰ \rightarrow x=-۳ \end{cases}$$

x	$-\infty$		-۳		۰		$+\infty$
$x^{۲}+۳x$		$+$		$-$		$+$	
		ج				اجتماع ج	

مجموعه جواب $(-\infty,-۳] \cup [۰,+\infty)$

حالات خاص در حل معادله درجه دوم $ax^{۲}+bx+c$

اگر ← $a+b+c=۰$ (جمع ضرایب) ← ریشه ها $\begin{cases} x_{۱}=۱ \\ x_{۲}=\dfrac{c}{a} \end{cases}$

مثال ←

$$۳x^{۲}-۵x+۲=۰ \xrightarrow{\text{ریشه اول}} x_{۱}=۱$$
$$\xrightarrow{\text{ریشه دوم}} x_{۲}=\frac{c}{a}=\frac{۲}{۳}$$

اگر ← $b=a+c$ (جمع طرفین =وسطی) ← ریشه ها $\begin{cases} x_{۲}=\dfrac{-c}{a} \\ x_{۱}=-۱ \end{cases}$

مثال ←

$$۳x^{۲}+۵x+۲=۰ \xrightarrow{\text{ریشه اول}} x_{۱}=-۱$$
$$\xrightarrow{\text{ریشه دوم}} x_{۲}=\frac{-c}{a}=\frac{-۲}{۳}$$

اگر ← اگر معادله ای چند جمله ای داشته باشیم که در آن مجموع ضرایب $f(x)=۰$ برابر صفر باشد یک ریشه برابر ۱ و برای بدست آوردن ریشه های دیگر باید معادله $f(x)$ را بر $(x-۱)$ تقسیم کنیم.

خلاصه فصل چهارم(اتحادهای جبری و تجزیه چند جمله ای ها)

اتحادهای جبری و تجزیه چند جمله ای ها

اتحاد مربع دو جمله ای

فرمول (مجموع) ← $(a+b)^{۲} = a^{۲} + ۲ab + b^{۲}$

مثال ← $(x+۱)^{۲} + (x^{۲}) + ۲(x)(۱) + ۱^{۲} = x^{۲} + ۲x + ۱$

فرمول (تفاضل) ← $(a-b)^{۲} = a^{۲} - ۲ab + b^{۲} \quad (b>۰)$

مثال ← $(۲x-۷)^{۲} = (۲x)^{۲} - ۲(۲x)(۷) + (-۷)^{۲} = ۴x^{۲} - ۲۸x + ۴۹$

اتحاد مزدوج

فرمول ← $(a-b)(a+b) = a^{۲} - b^{۲}$

مثال ← $\left(\frac{x}{۳} - y^{۳}\right)\left(\frac{x}{۳} + y^{۳}\right) = (\frac{x}{۳})^{۲} - (y^{۳})^{۲} = \frac{x^{۲}}{۹} - y^{۶}$

اتحاد جمله مشترک

فرمول ← $(x+a)(x+b) = x^{۲} + (a+b)x + ab$

مثال ← $(x-۳)(x+۵) = x^{۲} + (-۳+۵)x + (-۳)(۵) = x^{۲} + ۲x - ۱۵$

اتحاد مربع سه جمله ای

فرمول ← $(a+b+c)^{۲} = a^{۲} + b^{۲} + c^{۲} + ۲ab + ۲ac + ۲bc$

مثال ← $(x+y+۲)^{۲} = x^{۲} + y^{۲} + ۴ + ۲xy + ۴y + ۴x$

اتحاد مجموع و تفاضل مکعبات دو جمله (اتحاد چاق و لاغر)

فرمول (مجموع) ← $(a+b)(a^{۲} - ab + b^{۲}) = a^{۳} + b^{۳}$

مثال ← $(y+۱)(y^{۲} - y + ۱) = y^{۳} + ۱^{۳} = y^{۳} + ۱$

فرمول (تفاضل) ← $(a-b)(a^{۲} + ab + b^{۲}) = a^{۳} - b^{۳} \quad (b > ۰)$

مثال ← $(y-۱)(y^{۲} + y + ۱) = y^{۳} - ۱^{۳} = y^{۳} - ۱$

اتحاد مکعب مجموع و تفاضل دو جمله

$(a+b)^{۳} = a^{۳} + ۳a^{۲}b + ۳ab^{۲} + b^{۳}$

فرمول (مجموع) ←

مثال ← $(x+۱)^{۳} = x^{۳} + ۳x^{۲} + ۳x + ۱$

فرمول (تفاضل) ← $(a-b)^{۳} = a^{۳} - ۳a^{۲}b + ۳ab^{۲} - b^{۳} \quad (b > ۰)$

مثال ← $(x-۲)^{۳} = x^{۳} - ۶x^{۲} + ۱۲x - ۸$

ادامه خلاصه فصل چهارم(اتحادهای جبری و تجزیه چند جمله ای ها)

اتحادهای جبری و تجزیه چند جمله ای ها

تعیین بزرگ ترین مقسوم علیه مشترک (ب. م. م) اعداد

فرمول ← حاصل ضرب عوامل مشترک بین اعداد با کم ترین توان = ب. م. م

مثال ←

$$۳۵ = ۵^۱ \times ۷^۱ \qquad ۲۰ = ۲^۲ \times ۵^۱$$

$$\begin{array}{r|l} ۳۵ & ۵ \\ ۷ & ۷ \\ ۱ & \square \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} ۲۰ & ۲ \\ ۱۰ & ۲ \\ ۵ & ۵ \\ ۱ & \square \end{array} \rightarrow (۲۰,۳۵)$$

عامل مشترک هر دو $۵^۱$ می باشد.

تجزیه چند جمله ای به روش فاکتورگیری

فرمول ← ابتدا (ب. م. م) چند جمله ای را بدست می آوریم و سپس حاصل تقسیم چند جمله ای را بر (ب. م. م) بدست می آوریم

← در آخر از (ب. م. م) فاکتور می گیریم .

مثال ←

$$\begin{cases} ۲۱x = ۳ \times ۷ \times x \\ ۱۴x^۲ = ۲ \times ۷ \times x^۲ \end{cases} \rightarrow \begin{cases} ب\ م\ م =^* ۷x \rightarrow ۱۴x^۲ + ۲۱x =^*_{۷x} (^*_{۲x} + ^*_{۳}) \\ \dfrac{۱۴x^۲ + ۲۱x}{۷x} = ۲x + ۳ \ ** \end{cases}$$

تجزیه با استفاده از اتحادها

اتحاد مربع دو جمله ای:

مثال ← $x^۲ + ۱۰x + ۲۵ = (x+۵)^۲$

اتحاد مزدوج :

مثال ← $x^۲ - ۹ = (x-۳)(x+۳)$

جمله مشترک:

مثال ← $x^۲ - ۹x + ۸ = (x-۱)(x-۸)$

اضافه و کم کردن :

برای تجزیه به روش دسته بندی و اتحادها ابتدا باید جمله ای را اضافه و همان جمله را کم کنیم.

مثال ←

$$x^۲ - y^۲ + ۲x + ۱ = (x^۲ + ۲x + ۱) - y^۲ = (x+۱)^۲ - y^۲$$
$$= (x - y + ۱)(x + y + ۱)$$

تست های جامع

از تمامی فصول ریاضیات پایه

۱) اگر $a = ۵^{۴k+۱}$ و $b = (۲۵)^{۲k}$ باشد آن گاه :[۱]

الف) $a = ۵b$ ب) $b = ۵a$ ج) $a = b^{۵}$ د) $b = a^{a}$

حل)

$$\text{حل)}\ \begin{cases} a = ۵^{۴k+۱} = ۵ \times ۵^{۴k} \\ b = (۲۵)^{۲k} = (۵^{۲})^{۲k} = ۵^{۴k} \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} a = ۵ \times ۵^{۴k} \\ b = ۵^{۴k} \end{matrix} \rightarrow \frac{a}{b} = ۵ \rightarrow \boxed{a = ۵b}$$

گزینه الف صحیح است.

---

۲) حاصل عبارت $(۳^{۲} \times ۳^{۲} \times ۳^{۲}) + (۳^{۳})^{۲} + ۳^{۶}$ برابر کدام گزینه است؟ [۲]

الف) $۳^{۷}$ ب) $۳^{۸}$ ج) $۳^{۱۲}$ د) $۳^{۱۸}$

حل)

$$(۳^{۲} \times ۳^{۲} \times ۳^{۲}) + (۳^{۳})^{۲} + ۳^{۶} = ۳^{۲+۲+۲} + ۳^{۳\times۲} + ۳^{۶} = ۳^{۶} + ۳^{۶} + ۳^{۶}$$
$$۳^{۶}(۱ + ۱ + ۱) = ۳^{۶} \times ۳^{۱} = ۳^{۷}$$

گزینه الف صحیح است.

---

[۱] عرفانیان و میررضوی- تست۸ - فصل دوم توان – صفحه ۶۷

[۲] عرفانیان- تست ۲ صفحه ۶۷

۳) حاصل $(\sqrt{۲۷}-۲\sqrt{۳}-\sqrt{۱۲})^{۳}$ کدام است؟ [۱]

الف) -۹ ب) -۲۷ ج $-۳\sqrt{۳}$ د) $-۲\sqrt{۳}$

حل)

$$(\sqrt{۲۷}-۲\sqrt{۳}-\sqrt{۱۲})^{۳}=(\sqrt{۳^{۲}\times ۳}-۲\sqrt{۳}-\sqrt{۲^{۲}\times ۳})^{۳}$$
$$=(۳\sqrt{۳}-۲\sqrt{۳}-۲\sqrt{۳})^{۳}=(-\sqrt{۳})^{۳}=-۳\sqrt{۳}$$

گزینه ج صحیح است.

---

۴) حاصل $\frac{\sqrt{۷۵}-\sqrt{۲۷}+\sqrt{۱۲}}{\sqrt{۳}}$ کدام است؟ [۲]

الف) ۲ ب) $۲\sqrt{۳}$ ج) $۴\sqrt{۳}$ د) ۴

حل)

$$\frac{\sqrt{۷۵}-\sqrt{۲۷}+\sqrt{۱۲}}{\sqrt{۳}}=\frac{\sqrt{۲۵\times ۳}-\sqrt{۹\times ۳}+\sqrt{۴\times ۳}}{\sqrt{۳}}=\frac{۵\sqrt{۳}-۳\sqrt{۳}+۲\sqrt{۳}}{\sqrt{۳}}=\frac{۴\sqrt{۳}}{\sqrt{۳}}=۴$$

گزینه د صحیح است.

---

۵) حاصل $\sqrt[۳]{-۲}\times\sqrt[۳]{-۴}\times\sqrt[۴]{(-۲)^{۴}}$ برابر است با؟ [۳]

الف) -۴ ب) ± ۴ ج) ۴ د) هیچکدام

حل) $\sqrt[۳]{-۲}\times\sqrt[۳]{-۴}\times\sqrt[۴]{(-۲)^{۴}}=\sqrt[۳]{(-۲)\times(-۴)}\times\sqrt[۴]{۱۶}$

$$=\sqrt[۳]{۸}\times\sqrt[۴]{۱۶}=\sqrt[۳]{۲^{۳}}\times\sqrt[۴]{۲^{۴}}=۲\times ۲=۴$$

گزینه ج صحیح است.

---

[۱] عرفانیان و میررضوی- تست ۲ - فصل سوم صفحه ۹۴

[۲] عرفانیان و میررضوی – تست ۱۹ - فصل سوم صفحه ۹۵

[۳] عرفانیان و میررضوی تست ۲۵ - فصل سوم صفحه ۹۵

۶) حاصل عبارت $\frac{\sqrt{x^{۳}\sqrt{x}}}{\sqrt[۳]{x\sqrt{x}}}$ کدام است؟ [۱]

الف) ۱ ب) $\sqrt[۶]{x}$ ج) $\frac{۱}{\sqrt[۶]{x}}$ د) $\sqrt[۴]{x^{۵}}$

حل) **نکته مهم:** $\sqrt[n]{x^{m}} = x^{\frac{m}{n}}$

$$\frac{\sqrt{x^{۳}\sqrt{x}}}{\sqrt[۳]{x\sqrt{x}}} = \frac{\sqrt{x^{۳} \times x^{\frac{۱}{۲}}}}{\sqrt[۳]{x \times x^{\frac{۱}{۲}}}} = \frac{\sqrt{x^{۳+\frac{۱}{۲}}}}{\sqrt[۳]{x^{۱+\frac{۱}{۲}}}} = \frac{\sqrt{x^{\frac{۷}{۲}}}}{\sqrt[۳]{x^{\frac{۳}{۲}}}} = \frac{x^{\frac{\frac{۷}{۲}}{۲}}}{x^{\frac{\frac{۳}{۲}}{۳}}} = \frac{x^{\frac{۷}{۴}}}{x^{\frac{۳}{۶}}} = x^{\frac{۷}{۴}-\frac{۱}{۲}} = x^{\frac{۵}{۴}} \text{ یا } \sqrt[۴]{x^{۵}}$$

گزینه د صحیح است.

---

۷) اگر $a^{۲} + b^{۲} + c + ۳ = ۲(a + b + c)$ آن گاه c کدام است؟ [۲]

الف) صفر ب) ۱ ج) ۲ د) ۳

$$a^{۲} + b^{۲} + c^{۲} + ۳ = ۲(a + b + c) \rightarrow a^{۲} + b^{۲} + c^{۲} + ۳ = ۲a + ۲b + ۲c$$
$$a^{۲} - ۲a + b^{۲} - ۲b + c^{۲} - ۲c + ۳ = ۰ \rightarrow$$
$$a^{۲} - ۲a + b^{۲} - ۲b + c^{۲} - ۲c + ۱ + ۱ + ۱ = ۰$$
$$(a^{۲} - ۲a + ۱) + (b^{۲} - ۲b + ۱) + (c^{۲} - ۲c + ۱) = ۰$$
$$\underbrace{(a - ۱)^{۲}}_{A} + \underbrace{(b - ۱)^{۲}}_{B} + \underbrace{(c - ۱)^{۲}}_{c} = ۰$$

چون هر سه عبارت C و B و C به توان دو رسیده‌اند، یعنی مثبت هستند، پس جمع این سه عبارتِ مثبت، فقط زمانی صفر می‌شود که هرکدام از آنها برابر صفر باشند، بنابراین :

$$a - ۱ = b - ۱ = c - ۱ = ۰ \rightarrow a = b = c = ۱$$

گزینه ب صحیح است.

---

[۱] عرفانیان و میررضوی تست ۲۷- فصل سوم صفحه ۹۶

[۲] تست۳۹- پوران پژوهش صفحه ۲۴

۸) اگر $\alpha+\beta+\gamma$ ریشه های معادله $x^{۳}-x^{۲}-۴x+۴=۰$ باشد، مجموع $\alpha+\beta+\gamma$ کدام است؟ [۱]

الف) صفر　　ب) ۱　　ج) ۵　　د) ۴

$$x^{۳}-x^{۲}-۴x+۴=۰ \rightarrow x^{۲}(x-۱)-۴(x-۱)=۰ \rightarrow (x-۱)(x^{۲}-۴)=۰$$

$$\begin{cases} x-۱=۰ \rightarrow x=۱ \\ x^{۲}-۴=۰ \rightarrow x^{۲}=۴ \rightarrow x=\pm ۲ \end{cases}$$

حاصل جمع ریشه ها $\alpha+\beta+\gamma=۱+۲-۲=۱$ می باشد. گزینه ب صحیح است.

---

۹) حاصل عبارت $(\sqrt{۵}+۲)^{۲}(\sqrt{۵}-۲)^{۲}$ برابر است با: [۲]

الف) ۴　　ب) ۳　　ج) ۲　　د) ۱

$$(\sqrt{۵}+۲)^{۲}(\sqrt{۵}-۲)^{۲} \rightarrow [(\sqrt{۵}+۲)(\sqrt{۵}-۲)]^{۲} \xrightarrow{\text{اتحاد مزدوج}} (۵-۴)^{۲}=۱^{۲}=۱$$

گزینه د صحیح است.

---

۱۰) حاصل کسر $\frac{۲\sqrt{۳}}{۱-\sqrt{۳}}$ کدام است؟ [۳]

الف) $-۳+\sqrt{۳}$　　ب) $-(۳+\sqrt{۳})$　　ج) $۳-\sqrt{۳}$　　د) $۳+\sqrt{۳}$

حل) مخرج کسر را گویا می کنیم:

$$\frac{۲\sqrt{۳}}{۱-\sqrt{۳}} \times \frac{۱+\sqrt{۳}}{۱+\sqrt{۳}} = \frac{۲\sqrt{۳}(۱+\sqrt{۳})}{۱^{۲}-(\sqrt{۳})^{۲}} = \frac{۲\sqrt{۳}+۲\sqrt{۳}\sqrt{۳}}{۱-۳} = \frac{۲\sqrt{۳}+(۲\times ۳)}{-۲}$$

$$= \frac{۲\sqrt{۳}+۶}{-۲} = \frac{۲(\sqrt{۳}+۳)}{-۲} = -(۳+\sqrt{۳})$$

گزینه ب صحیح است.

---

[۱] تست ۳۲- پوران پژوهان صفحه ۲۴

[۲] عرفانیان و میررضوی- تست ۶- فصل ۵- صفحه ۱۷۰

[۳] عرفانیان و میررضوی- تست ۳۴- فصل۶- صفحه ۲۰۸