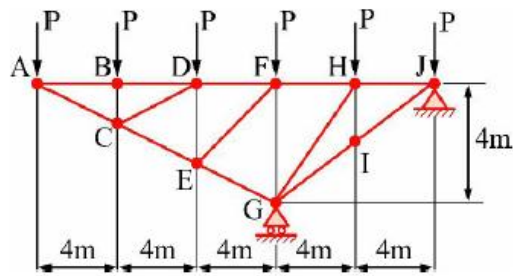


۷۱- نیروی داخلی عضو FH، در مکانیزم روبرو کدام است؟



(۱) 8P

(۲) 5P

(۳) 6P

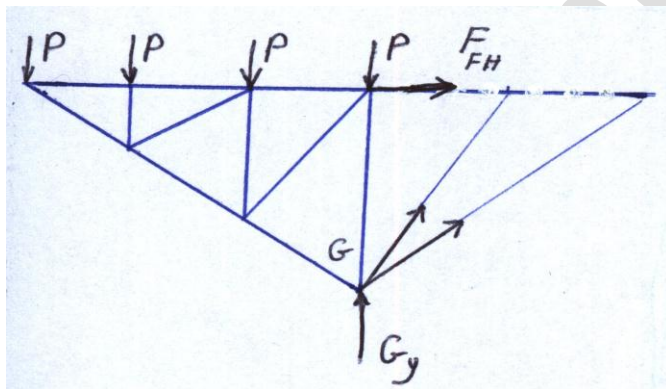
(۴) 4P

در خرپاهای دوبعدی به ازای هر برش حداکثر می توان سه مجهول را پاسخ داد. چون سه معادله تعادل زیر برقرار است.

$$\sum F_X = 0, \quad \sum F_Y = 0, \quad \sum M_O = 0$$

ولی در بعضی مواقع می توان با تعداد کمتر معادله به همان تعداد مجهول پاسخگویی کرد.

در این سوال اگر برش زیر را در نظر بگیریم، چون چهار مجهول FH ، GH ، GI و G_y وجود دارد، نمی توان مقدار تمام آنها را محاسبه کرد. ولی اگر فقط معادله تعادل ممان را حول نقطه G بنویسیم، نیروی لینک HF مشخص می شود.

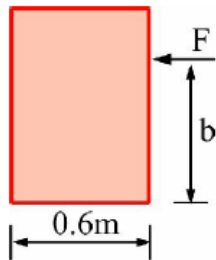


$$\sum M_G = 0 \rightarrow 4P + 8P + 12P - F_{FH} * 4P = 0 \rightarrow F_{FH} = 6P$$

گزینه ۳ درست است.

A : ۴-۴

۷۲- جعبه ای به وزن ۷۵ کیلوگرم روی یک سطح افقی با ضریب اصطکاک استاتیکی ۰.۲ قرار دارد. ارتفاع b چند متر باشد تا جعبه حرکت کند ولی واژگون نشود؟



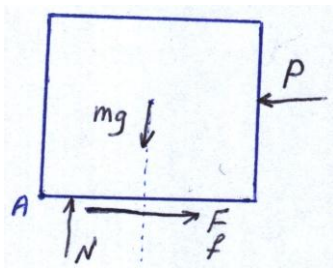
(۱) 2

(۲) 1.2

(۳) 1.5

(۴) 1

در حالتی که هیچ نیرویی به جعبه وارد نمی شود، نیروی N و mg در یک راستا قرار دارند. چون که باید تعادل ممان جعبه حول هر نقطه ای ارضا شود.



ولی وقتی که نیروی خارجی p به جعبه وارد می شود برای ارضای معادله تعادل نیروی خالص وارد بر کف جسم باید به طرف کناره جعبه حرکت کند. در نتیجه به ازای یک نیروی ثابت، هر چقدر p بسمت بالا حرکت می کند، نیروی N نیز بطرف کنار جعبه حرکت می کند، تا به حداکثر مقدار خود یعنی b برسد که بعد از آن واژگون خواهد شد.

برای اینکه جعبه حرکت کند شرط زیر لازم است:

$$\sum F_x = 0 \rightarrow p = \mu mg = 0.2 * 75 * 10 = 150(N)$$

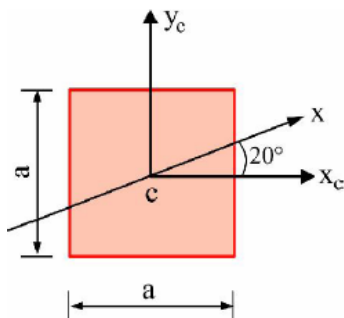
حال حداکثر مقدار P برابر است با:

$$\sum M_A = 0 \rightarrow 0.3 * mg - pb = 0 \rightarrow b = \frac{0.3mg}{p} = \frac{0.3 * 750}{150} = 1.5(m)$$

گزینه ۳ درست است.

A : ۳-۳

۷۳- مربعی به ضلع a و محوره‌های x و y از مرکز سطح آن گذشته و موازی با اضلاع آن می‌باشند، مفروض است. ممان اینرسی نسبت به محور x که زاویه 20° درجه با محور x_c می‌سازد، کدام است؟



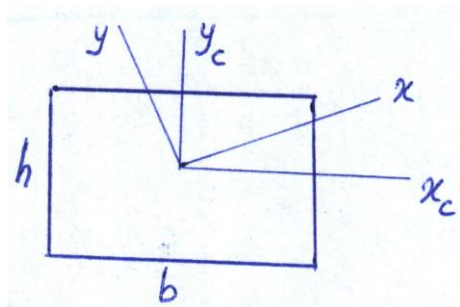
$$\frac{a^4}{12} \quad (1)$$

$$\frac{a^4}{12} (1 - \cos 40) \quad (2)$$

$$\frac{a^4}{12} (1 + \cos 20) \quad (3)$$

$$\frac{a^4}{12} (1 + \cos 40) \quad (4)$$

برای مستطیل داریم:



$$I_{x_c} = \frac{1}{12} b h^3$$

$$I_{y_c} = \frac{1}{12} h b^3$$

$$I_{x y_c} = 0$$

برای مربع داریم:

$$I_{x_c} = I_{y_c} = \frac{1}{12} a^4$$

$$I_{x y_c} = 0$$

ممان اینرسی محوره‌های جدید که نسبت به محوره‌های قدیم به اندازه زاویه θ در جهت پادساعتگرد چرخیده باشد، عبارت است از:

$$\begin{cases} I_x = I_{x_c} (\cos \theta)^2 + I_{y_c} (\sin \theta)^2 - I_{x y_c} \sin 2\theta \\ I_y = I_{x_c} (\sin \theta)^2 + I_{y_c} (\cos \theta)^2 - I_{x y_c} \sin 2\theta \\ I_{xy} = \frac{I_{x_c} + I_{y_c}}{2} (\sin \theta)^2 - I_{x y_c} \cos 2\theta \end{cases}$$

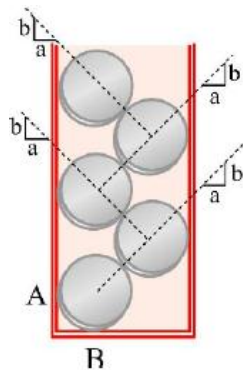
که برای مربعه به ازای هر زاویه θ ، I_x و I_y ثابت می‌ماند.

گزینه ۱ درست است.

A: پیوست الف

www.dimgroupe.ir

۷۴- سکه های زیر در ظرف پلاستیکی قرار دارند. اگر وزن هر سکه برابر باشد، نسبت عکس العمل های تکیه گاهی سکه پایینی یعنی برابر کدام است؟ (از اصطکاک سطوح صرف نظر شود)



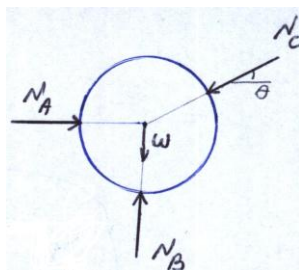
$$(1) \frac{5b}{4a}$$

$$(2) \frac{4b}{5a}$$

$$(3) \frac{5a}{4b}$$

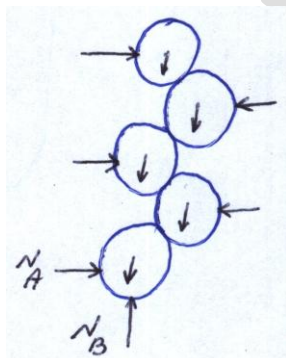
$$(4) \frac{4a}{5b}$$

برای سکه پایینی می توان یه معادله تعادل نوشت.



$$\sum F_X = 0, \quad \sum F_Y = 0, \quad \sum M_O = 0$$

ولی هر سه تایی آنها از هم مستقل نیستند و فقط دو معادله مستقل وجود دارد. که برای بدست آوردن هر سه مجهول باید یک معادله مستقل دیگر پیدا کنیم. برای این کار معادله تعادل زیر را می نویسیم:



$$\sum F_Y = 0 \rightarrow 5W = N_B$$

حال می توان برای سکه پایینی معادلات تعادل زیر را نوشت:

$$\sum F_X = 0 \rightarrow N_A = N_C \cos \theta$$

$$\sum F_Y = 0 \rightarrow N_B - W = N_C \sin \theta \rightarrow 4W = N_C \sin \theta$$

$$\rightarrow \frac{N_A}{4W} = \cot \theta = \frac{a}{b} \rightarrow N_A = 4W \frac{a}{b}$$

$$\rightarrow \frac{N_A}{N_B} = \frac{4a}{5b}$$

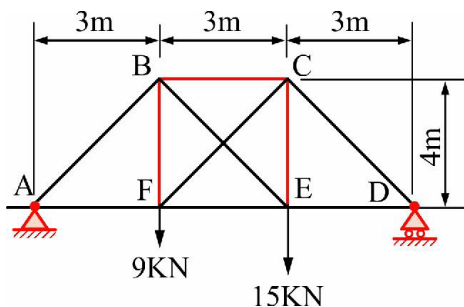
بدون انجام محاسبات چندتا از گزینه ها حذف می شوند:

هر چقدر نسبت $\frac{a}{b}$ را کمتر کنیم باید $\frac{N_A}{N_B}$ به سمت صفر میل کند. در نتیجه $\frac{N_A}{N_B}$ باید به صورت $\frac{a}{b}$ باشد نه به صورت $\frac{a}{b} \times \chi$ که مقدار را باید محاسبه کرد. پس گزینه های ۱ و ۲ رد می شوند.

گزینه ۴ درست است.

A : ۳-۳

۷۵- در خرپای زیر، اعضای BE و CF کابل بوده و بدون تماس با یکدیگر کشش را می توانند تحمل کنند. کابل..... تحت کشش قرار داشته و عضو AB تحت نیروی یلونیوتن قرار دارد.



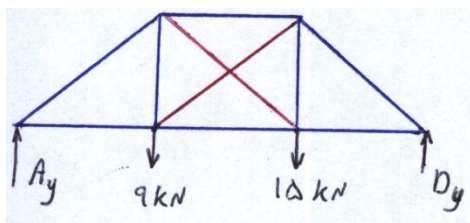
(۱) CF، فشاری $\frac{65}{4}$

(۲) BE، فشاری $\frac{55}{4}$

(۳) CF، کششی $\frac{55}{4}$

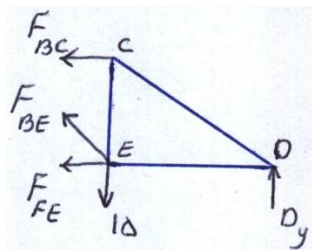
(۴) BE، کششی $\frac{33}{4}$

در قاب BCEF، یکی از کابل ها باید کششی باشد و (چون کابل نمی تواند نیروی فشاری تحمل کند) دیگری هیچ نیرویی تحمل نکند. چون در ابتدا معلوم نیست که کدام یک از کابل ها نیرو تحمل نمی کند، ابتدا برای یکی از آنها نیروی کششی در نظر می گیریم و نیروی حاصل را محاسبه می کنیم. اگر مثبت بود که فرض درست بوده است ولی اگر نیرو منفی بدست آمد، نشان می دهد که فرض اشتباه بوده است و کابل دیگر نیروی کششی تحمل می کند.



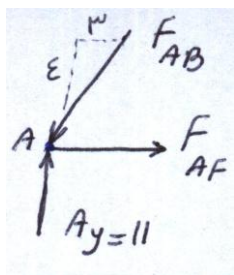
$$\begin{aligned} \sum M_A = 0 &\rightarrow -9D_y + 9 \cdot 3 + 15 \cdot 6 = 0 \\ &\rightarrow D_y = 13 \rightarrow A_y = 11 \end{aligned}$$

فرض می کنیم کابل BE کششی است و کابل دیگر نیرو تحمل نمی کند.



$$\begin{aligned} \sum M_E = 0 &\rightarrow F_{BC} = -\frac{4}{3} \cdot 13 \\ \begin{cases} \sum F_X = 0 \rightarrow \frac{3}{5} F_{BE} + F_{FE} = \frac{4}{3} \cdot 13 \\ \sum F_Y = 0 \rightarrow \frac{4}{5} F_{BE} = -13 + 15 \end{cases} &\rightarrow F_{BE} = \frac{5}{4} \cdot 2 > 0 \end{aligned}$$

همانطور که می بینیم، F_{BE} مثبت شد، در نتیجه فرض کششی بودن کابل BE درست است.

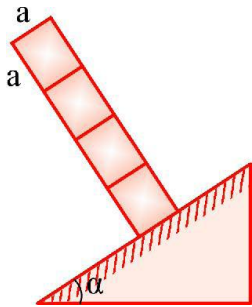


$$-F_{AB} * \frac{4}{5} + 11 = 0 \rightarrow F_{AB} = \frac{55}{4}$$

گزینه ۲ درست است.

A : ۳-۴ و ۴-۴

۷۶- حداکثر تعداد (n) بلوک های یکسان مکعبی را که ی توان بر روی سطح شیبدار روی هم چید، بدون آنکه تعادل آنها بر هم بخورد، چقدر است؟ (کلیه سطوح زیر و با ضریب اصطکاک μ فرض شوند)



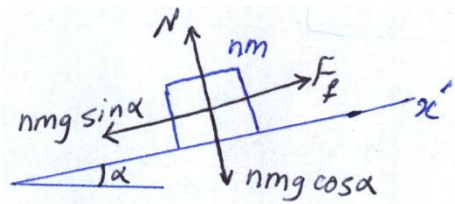
$$(1) \quad n \leq \frac{1}{\mu} \quad \text{مشروط بر آن که } \mu \geq \tan \alpha$$

$$(2) \quad n \leq \frac{1}{\mu} \quad \text{مشروط بر آن که } \mu \leq \tan \alpha$$

$$(3) \quad n \geq \frac{1}{\mu} \quad \text{مشروط بر آن که } \mu \geq \tan \alpha$$

$$(4) \quad n \geq \frac{1}{\mu} \quad \text{مشروط بر آن که } \mu \leq \tan \alpha$$

برای اینکه جسم پایدار باشد، شرط اول این است که:



$$\sum F_{x'} = 0 \rightarrow F_f = nmgsin \alpha = \mu N$$

$$\sum F_{y'} = 0 \rightarrow N = nmgsin \alpha$$

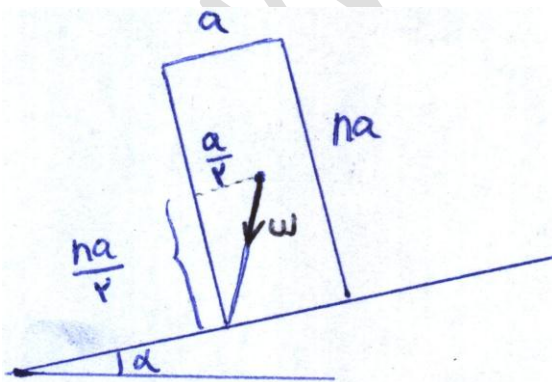
از معادلات بالا نتیجه می شود:

$$F_f = nmgsin \alpha = \mu nmgsin \alpha \rightarrow \mu = \tan \alpha$$

$$\mu_s \geq \tan \alpha \quad \text{در نتیجه داریم:}$$

شرط دوم پایداری این است که معادله تعادل مومنتوم برقرار باشد:

اگر جسم در آستانه واژگونی باشد(با این شرط که اصطکاک در این حالت برای پایداری کفایت کند)، داریم:



$$w = nmgsin \alpha, \quad \tan \alpha = \frac{a/2}{na/2} = \frac{1}{n}$$

پس برای پایداری، α باید کمتر از حد نهایی باشد. در نتیجه

$$\frac{1}{\mu} \geq n \quad \text{یا} \quad \frac{1}{n} \geq \tan \alpha$$

توجه داریم که اصطکاک بین تمام سطوح یکسان است. ولی اگر قرار باشد حرکتی بر اثر کمبود ضریب اصطکاک انجام شود، بین تمام سطوح در یک زمان انجام می شود. چون شرط اول پایداری بین تمام سطوح برقرار است. ولی عامل محدودکننده برای شرط دوم پایداری جعبه زیرین است.

بدون انجام مراحل بالا نیز می توان جواب گزینه درست را دریافت.

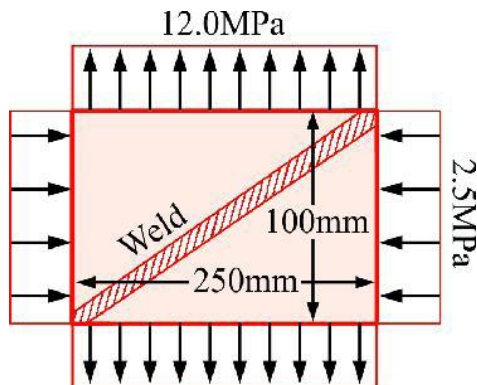
چون جسم نباید واژگون شود، پس معلوم است که n نمیتواند تا بینهایت افزایش یابد، پس گزینه های ۳ و ۴ غلط هستند.

برای شرط عدم لغزش هم معلوم است که باید μ را از یک مقداری بزرگتر بگیریم. چون اگر قرار باشد از یک مقداری کوچکتر باشد، صفر نیز جزو انتخاب ها می تواند باشد و در این صورت به ازای هر $\alpha > 0$ جسم ناپایدار می شود.

پس گزینه ۱ صحیح است.

A : ۳-۶

۷۷- ورق نشان داده شده در شکل در راستای قطر جوشکاری شده و در معرض تنش فشاری ۲.۵MPa در جهت طولی و تنش کششی ۱۲MPa در جهت عرضی قرار گرفته است. تنش قائم در جهت عمود بر خط جوش و تنش برشی در امتداد خط جوش بر حسب مگاپاسکال به ترتیب از راست به چپ کدامند؟ (ابعاد ورق ۱۰۰mm*۲۵۰mm می باشد)

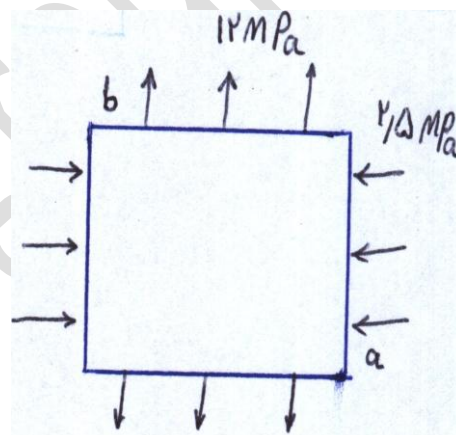
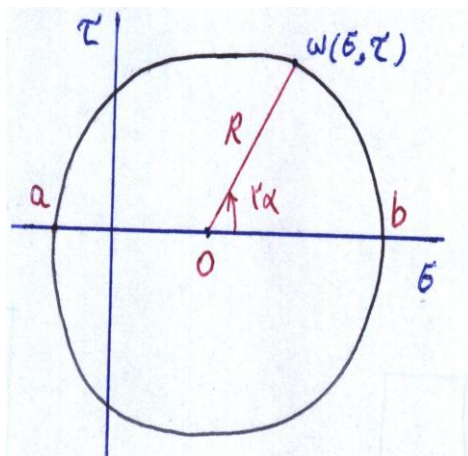


(۱) ۵ ، -۰.۵

(۲) -۰.۵ ، ۵

(۳) ۱۰ ، -۰.۵

(۴) ۱۰ ، ۵



$$\tan \alpha = \frac{100}{250} = \frac{10}{25} = \frac{2}{5}$$

برای رسیدن به خط جوش باید صفحه b را به اندازه b بر روی دایره مور در جهت پادساعتگرد بچرخانیم.

چون α و 2α را نداریم از $\tan \alpha$ و $\tan 2\alpha$ برای دوران استفاده می کنیم.

$$\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - (\tan \alpha)^2} = \frac{2 * \frac{2}{5}}{1 - \frac{4}{25}} = \frac{4/5}{21/25} = \frac{20}{21}$$

می دانیم که:

$$R = \frac{|b - a|}{2} = \frac{12 + 2.5}{2} = \frac{14.5}{2} , \quad O = (R - a, 0) = (4.75, 0)$$

$$\tan 2\alpha = \frac{y}{x} \rightarrow \frac{20}{21} = \frac{y}{x} \rightarrow y = \frac{20}{21}x$$

$$x^2 + y^2 = R^2 \rightarrow \frac{400}{441}x^2 + x^2 = \frac{210.25}{4} \rightarrow x^2 = \frac{210.25/4}{400/441 + 1} = \frac{210.25 * 441}{4 * 841} \\ = 27.5625$$

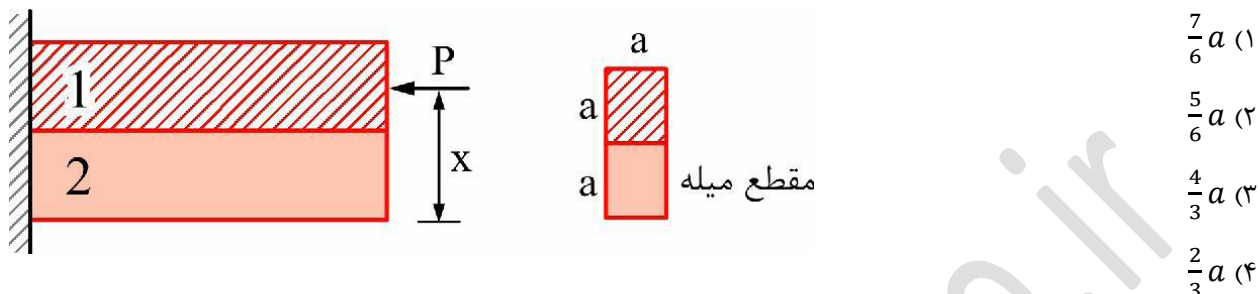
$$\rightarrow x = 5.25 , \quad \rightarrow y = 5$$

$$\rightarrow \sigma = 4.75 + x = 10 , \quad \tau = y = 5$$

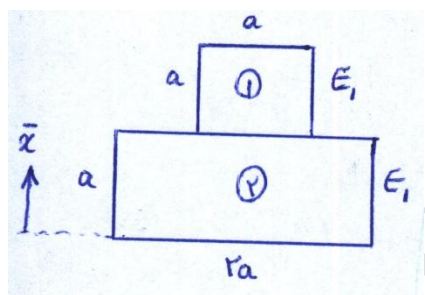
گزینه ۴ درست است.

: B

۷۸- دو میله با مقطع مربع به ضلع a مطابق شکل کاملاً به یکدیگر متصل شده اند، تا میله ای با مقطع مستطیل به ابعاد $a \times 2a$ را تشکیل دهند. نیرویی محوری متمرکز P در نقطه ای از محور تقارن قائم سطح مقطع که در فاصله x از وسط ضلع پایینی سطح مقطع قرار دارد وارد می گردد. در صورتی که میله مرکب خم نشود، x کدام است؟



اگر نیروی P به تار خنثی وارد شود، هیچگونه خمیدگی در جسم مشاهده نمی شود و فقط باعث کشیدگی و یا فشردگی جسم می شود. در اینجا چون تیر مرکب است، برای یافتن محل تار خنثی باید جنس تیرها را یکسان کنیم.



برای این کار، ضلع در راستای تار خنثی از مقطع پایین را در نسبت مدول الاستیسیته مقطع پایین به مقطع بالا ضرب می کنیم. در این صورت می توان مدول الاستیسیته مقطع پایین را برابر مقطع بالایی در نظر گرفت.

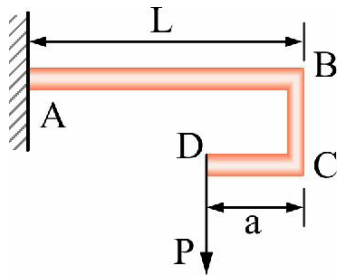
حال تنش حاصل در تیر را می توان از فرمول $\sigma = \frac{My}{I}$ بدست آورد. اگر نیروی را در روی تار خنثی اعمال کنیم، ممان اعمالی نیز صفر خواهد بود. در نتیجه σ تارهای پایین و بالای تار خنثی با هم برابر بوده و هیچ خمشی در تیر مشاهده نخواهد شد.

$$\bar{x} = \frac{\bar{x}_1 A_1 + \bar{x}_2 A_2}{A_1 + A_2} = \frac{(a/2 + a)a^2 + a/2 * 2a * a}{a^2 + 2a^2} = \frac{5}{6}a$$

گزینه ۲ درست است.

: B

۷۹- در شکل زیر، برای خیز قائم نقطه B صفر باشد، نسبت $\frac{a}{L}$ چقدر است؟



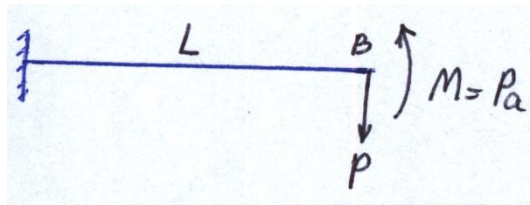
(۱) $\frac{2}{3}$

(۲) $\frac{1}{3}$

(۳) $\frac{1}{2}$

(۴) $\frac{1}{4}$

تیر مورد نظر را می توان بصورت زیر مدلسازی کرد:



$$\delta_P = \frac{PL^3}{3EI}, \quad \delta_M = \frac{ML^2}{2EI}$$

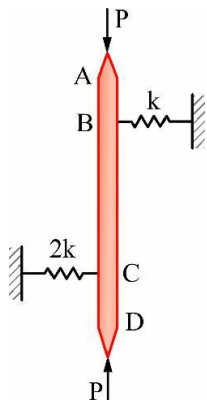
اما تغییر شکل حاصل از نیرو در خلاف جهت تغییر شکل حاصل از ممان است. در نتیجه داریم:

$$\delta = \frac{PL^3}{3EI} - \frac{ML^2}{2EI} = \frac{PL^3}{3EI} - \frac{PaL^2}{2EI} = 0 \rightarrow \frac{PL^3}{3EI} = \frac{PaL^2}{2EI} \rightarrow a = \frac{2}{3}L$$

گزینه ۱ درست است.

: B

۸۰- بار بحرانی قطعه زیر (P_{cr}) چقدر است؟ ($BC=2a$, $AB=CD=a$ و میله صلب است)

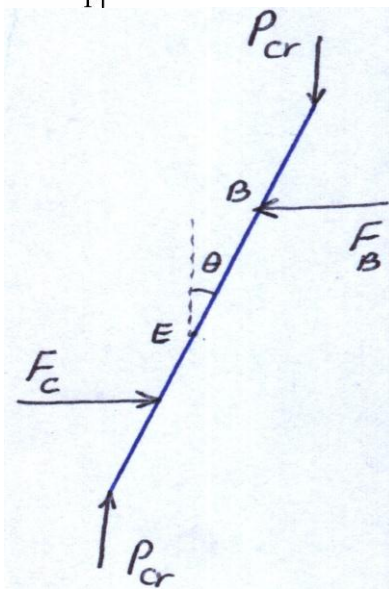


(۱) $2ak$

(۲) $\frac{4ak}{3}$

(۳) ak

(۴) $\frac{2ak}{3}$



فرض می کنیم که میله به اندازه زاویه کوچک θ دوران کند:

$$F_C = k_C \delta_C, \quad F_B = k_B \delta_B$$

برای اینکه شرط تعادل نیرویی در راستای افق برقرار باشد، باید نیروی F_C و F_B با همدیگر برابر باشد.

$$F_C = k_C \delta_C = k_B \delta_B = F_B, \quad k_C = 2k_B \rightarrow \delta_B = 2\delta_C$$

در نتیجه اگر نقطه E را در نظر بگیریم که حرکتی نداشته است، داریم:

$$EB = 2EC, \quad EB + EC = 2a \rightarrow EB = \frac{4a}{3}, \quad EC = \frac{2a}{3}$$

$$\rightarrow \delta_B = \frac{4a}{3}, \quad \delta_C = \frac{2a}{3}$$

معادله تعادل ممان را برای میله می نویسیم:

$$P_{cr} * 4a = F_B * 2a$$

$$P_{cr} * 4a = k_B \delta_B * 2a \rightarrow P_{cr} = \frac{1}{2} \frac{4a}{3} k = \frac{2}{3} k$$

دقت شود که حل با استفاده از فرض θ کوچک انجام شده است، بنابراین داریم: $\sin \theta = \theta, \cos \theta = 1$

گزینه ۴ درست است.

www.dimgroupe.ir

۸۱- دیسک نازکی به شعاع داخلی a و شعاع خارجی b ، با سرعت زاویه ای ω دوران می کند. گزینه صحیح در مورد آن کدام است؟

(۱) تنش شعاعی از جدار داخلی تا جدار خارجی صفر می باشد.

تنش محیطی در جدار داخلی ماکزیمم و در جدار خارجی مینیمم می باشد.

(۲) تنش شعاعی از جدار داخلی تا جدار خارجی، به صورت خطی افزایش می یابد.

تنش محیطی در جدار داخلی تا جدار خارجی صفر می باشد.

(۳) در جدار داخلی تنش شعاعی صفر و تنش محیطی مینیمم می باشد.

در جدار خارجی تنش شعاعی صفر و تنش محیطی ماکزیمم می باشد.

(۴) در جدار داخلی تنش شعاعی صفر و تنش محیطی ماکزیمم می باشد.

در جدار خارجی تنش شعاعی صفر و تنش محیطی مینیمم می باشد.

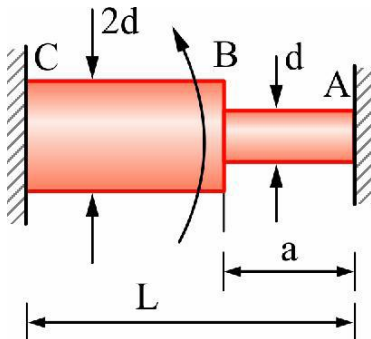
در جدار داخلی دیسک دوار تنش شعاعی صفر و تنش محیطی ماکزیمم است.

در جدار خارجی دیسک دوار تنش شعاعی صفر و تنش محیطی مینیمم است.

گزینه ۴ درست است

: B

۸۲- محور ABC با قطر d در فاصله AB و 2d در فاصله BC در دو انتها به تکیه گاه صلبی جوش شده و در نقطه B تحت گشتاور پیچشی T قرار گرفته است. برای این که دو تکیه گاه گشتاور مساوی تحمل کنند. نسبت $\frac{a}{L}$ چقدر است؟



(۱) $\frac{1}{17}$

(۲) $\frac{1}{4}$

(۳) $\frac{1}{8}$

(۴) $\frac{1}{16}$

برای حل این سوال فرض می کنیم که هر کدام از قسمت های BC و AB یک فنر پیچشی هستند که با همدیگر موازی شده اند و گشتاور T به آنها وارد می شود.

$$k_t = \frac{GJ}{L} \quad , \quad T = k_t \theta \quad , \quad k_t = k_{AB} + k_{BC} \quad , \quad T = T_{AB} + T_{BC}$$

مطلوب این مساله برابر بودن T_{BC} و T_{AB} است. بنابراین داریم:

$$k_{AB} \theta_{AB} = k_{BC} \theta_{BC} \quad , \quad \theta_{AB} = \theta_{BC} \rightarrow k_{AB} = k_{BC}$$

$$\left(\frac{GJ}{L}\right)_{AB} = \left(\frac{GJ}{L}\right)_{BC} \rightarrow \frac{G\pi d^4}{32a} = \frac{G\pi * 16d^4}{32(L-a)} \rightarrow (L-a) = 16a \rightarrow \frac{a}{L} = \frac{1}{17}$$

نکته: وقتی جابجایی دو سر فنر با همدیگر برابر بود، دو فنر را موازی گویند. در این صورت نیروی کل برابر جمع نیروی تمام فنرهاست.

$$k_t = k_1 + k_2 + \dots$$

اگر جابجایی کل برابر جمع جابجایی های تک تک فنرها بود، در این صورت فنرها سری اند. در این حالت نیروی وارده بر تمام فنرها با یکدیگر برابراند.

$$\frac{1}{k_t} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \dots$$

گزینه ۱ درست است.

B :

www.dimgroupe.ir

۸۳- یک مخزن استوانه ای جدار نازک تحت فشار به شعاع r در معرض همزمان فشار داخلی P گاز و نیروی فشاری F در دو سر آن قرار دارد. اندازه نیروی F چه مقدار باشد تا برش خالص در دیواره اتفاق بیفتد؟



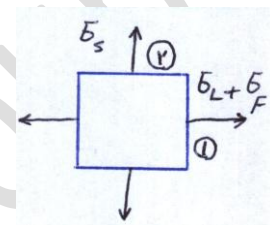
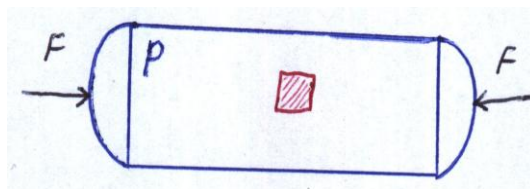
(۱) $2\pi Pr^2$

(۲) $2.5\pi Pr^2$

(۳) $3\pi Pr^2$

(۴) πPr^2

اگر یک المان از روی دیواره استوانه ای جدا کنیم، داریم: (t ضخامت دیواره است)



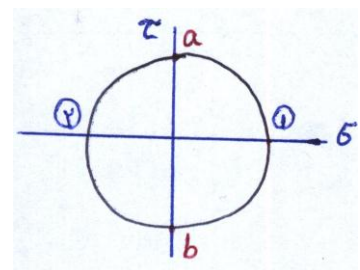
$$\sigma_s = \frac{P2rL}{2Lt} = \frac{Pr}{t}, \quad \sigma_L = \frac{P\pi r^2}{2\pi rt} = \frac{Pr}{2t}, \quad \sigma_F = \frac{-F}{2\pi rt}, \quad \tau = 0$$

علامت σ_F باید منفی باشد، چون F فشاری است.

وقتی برای یک المان تنش خالص اتفاق می افتد که هیچ گونه تنش نرمال در آن وجود نداشته باشد، در نتیجه در دایره مور باید روی محور عمودی قرار گرفته باشد. همانطور که در المان بالا دیده می شود، فقط تنش نرمال داریم، پس صفحه های ۱ و ۲ روی محور افقی قرار دارند.

با توجه به توضیحات داده شده و شکل دایره مور، برای برقراری شرط برش خالص، باید تنش نرمال صفحات ۱ و ۲ هم اندازه و غیرهم علامت باشند. چون همیشه مثبت است، برای برقراری شرط لازم قبل، باید هم اندازه ی و منفی باشد.

$$\sigma_L + \sigma_F = -\sigma_s \rightarrow \frac{Pr}{2t} + \frac{-F}{2\pi rt} = -\frac{Pr}{t} \rightarrow F = 3P\pi r^2$$



حال اگر المان اولیه را به اندازه ۴۵ درجه در جهت پادساعتگرد بچرخانیم، صفحات ۱ و ۲ بترتیب به صفحات a و b تبدیل خواهند شد، که فقط دارای برش خالص هستند.

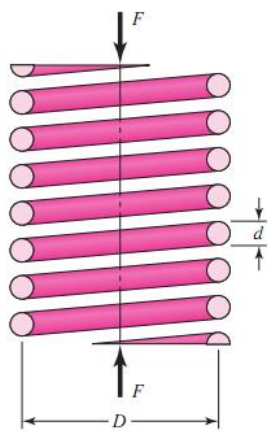
در ضمن می توان بجای حرکت پادساعتگرد، ساعتگرد حرکت کرد.

گزینه ۳ درست است

B :

۸۴. در یک فنر مارپیچ، قطر میانگین فنر دو برابر و تعداد دورهای فعال آن نصف می‌گردد. در این صورت آهنگ فنر (ضریب فنریت stiffness) چه تغییری می‌کند؟

- (۱) چهار برابر کم می‌شود
(۲) چهار برابر زیاد می‌شود
(۳) هشت برابر کم می‌شود
(۴) هشت برابر زیاد می‌شود



نکته: از مبحث فنرها، این سوال از پرتکرارترین سوالات می‌باشد.

برای فنرهای مارپیچ کششی یا فشاری داریم.

توجه داشته باشیم که منظور از قطر میانگین، D است و d را به عنوان قطر سیم در نظر می‌گیریم.

$$k = \frac{d^4 G}{8ND^3}$$

$$\Rightarrow \frac{k_2}{k_1} = \frac{\frac{d_1^4}{N_1 D_1^3}}{\frac{d_2^4}{N_2 D_2^3}} = \frac{\frac{d_1^4}{N_1 D_1^3}}{\frac{d_1^4}{(0.5N_1) \times (2D_1)^3}} = \frac{1}{4}$$

نکته: برای فنرهای پیچشی نیز رابطه‌ی زیر برقرار است:

$$k_{\text{پیچشی}} = \frac{d^4 E}{10.8ND}$$

گزینه‌ی ۱ صحیح می‌باشد.

C :

۸۵. کدام گزینه، مبین معیار واماندگی بر اساس انرژی کرنشی واپیچشی می‌باشد؟

(۱) هرگاه در شروع تسلیم، چگالی انرژی کرنشی کلی با چگالی انرژی کرنشی کلی در آزمایش کشش برابر شود.

(۲) هرگاه انرژی ذخیره شده در جسم بیش‌تر از کار نیروهای خارجی باشد.

(۳) هرگاه در شروع تسلیم، چگالی انرژی کرنشی انحرافی با چگالی انرژی کرنشی انحرافی در آزمایش کشش برابر شود.

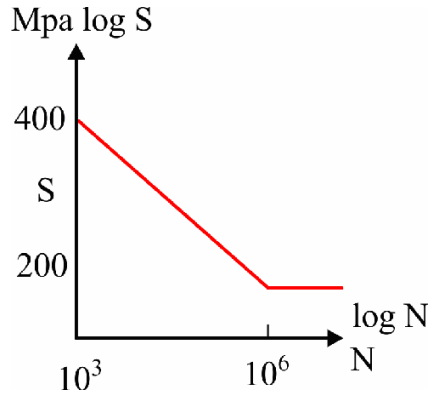
(۴) هرگاه انرژی ذخیره شده در جسم کم‌تر از کار نیروهای خارجی باشد.

نکته: معیار انرژی کرنشی واپیچش، نظریه انرژی برشی و نظریه ی فون مبرز نیز نامیده می‌شود. کاربرد آن فقط کمی مشکل‌تر از نظریه ی تنش برشی بیشینه است، و بهترین نظریه برای استفاده در مورد مواد داکتیل است. این نظریه مانند نظریه ی تنش برشی بیشینه، فقط برای تعریف شروع تسلیم به کار می‌رود. این نظریه برای این به وجود آمد که استحکام تسلیم مشاهده شده در مواد داکتیلی که به گونه‌ای هیدرواستاتیکی تنش‌گذاری شدند، به مراتب بیشتر از مقادیر حاصل از آزمون کشش ساده بود. مسلم شد که تسلیم پدیده‌ی کششی یا فشاری ساده‌ای نیست، بلکه تا اندازه‌ای به واپیچش زاویه‌ای جزء تحت تنش مربوط می‌شود. یکی از قدیمی‌ترین نظریه‌های گسیختگی پیش‌بینی می‌کند که تسلیم هنگامی آغاز می‌شود که کل انرژی ذخیره شده در جز تحت کشش با انرژی کرنشی ذخیره شده در جزئی از نمونه‌ی آزمون کشش در نقطه‌ی تسلیم برابر شود از این نظریه، که نظریه‌ی انرژی کرنشی بیشینه نام دارد دیگر استفاده نمی‌شود، ولی این نظریه مبنای نظریه‌ی انرژی واپیچش محسوب می‌شود که بیان می‌کند، هرگاه در شروع تسلیم، چگالی انرژی کرنشی انحرافی با چگالی انرژی کرنشی انحرافی در آزمایش کشش برابر شود، تسلیم رخ می‌دهد.

گزینه‌ی ۳ صحیح می‌باشد.

C :

۸۶. یک شافت فولادی با منحنی S_N ، $S_u = 1000MPa$ ، $S_y = 800MPa$ تحت تنش متناوب کششی ناشی از خمش به میزان $75 MPa$ و تنش برشی ثابت ناشی از پیچش به میزان $300MPa$ قرار گرفته است. بر اساس محافظه کارانه ترین معیارها، آینده‌ی قطعه چگونه پیش‌بینی می‌شود؟



(۱) قبل از ۱۰۰۰ سیکل خواهد شکست.

(۲) حدود ۵۰۰۰۰ سیکل کار می‌کند.

(۳) در اولین سیکل تسلیم می‌شود.

(۴) قبل از ۵۰۰۰ سیکل تسلیم خواهد شد

حل: طبق صورت سوال داریم:

$$\sigma_a = 75MPa$$

$$\tau_m = 300MPa \Rightarrow \sigma_m = \sqrt{3}\tau_m = 300\sqrt{3} MPa$$

بررسی استاتیک مساله:

$$n_f = \frac{S_y}{\sigma_a + \sigma_m} = \frac{800}{75 + 300\sqrt{3}} = 1.3 > 1$$

بنابراین از لحاظ استاتیکی تسلیم نمی‌شود. حال بر اساس محافظه کارانه ترین معیار خستگی داریم:

$$\frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_y} = \frac{1}{n_f} \Rightarrow \frac{75}{200} + \frac{300\sqrt{3}}{800} = \frac{1}{n_f} \Rightarrow n_f = 0.98 < 1 \rightarrow \text{عمر قطعه است}$$

$$\sigma'_a = \frac{\sigma_a}{1 - \frac{\sigma_m}{S_y}} = \frac{75}{1 - \frac{300\sqrt{3}}{800}} = 214 MPa$$

با توجه به نقاط ابتدایی و انتهایی قسمت اول نمودار صورت مساله داریم:

$$\sigma_a = AN^B \Rightarrow B = \frac{\log \frac{\sigma_{a1}}{\sigma_{a2}}}{\log \frac{N_1}{N_2}} = \frac{\log 2}{\log 10^{-3}} = -0.1 \Rightarrow A = \frac{\sigma_a}{N^B} = \frac{400}{1000^{-0.1}} = 800$$

$$N = 533042 \text{ cycles} \Rightarrow 214 = 800 N^{-0.1}$$

هیچکدام از گزینه‌ها صحیح نیست.

C :

۸۷. در یک یاتاقان روغنی با تغذیه قطره‌ای، نیروی وارد و سرعت دورانی به طور همزمان دو برابر می‌شوند. در این صورت، حداقل فاصله‌ی شافت با دیواره

- (۱) افزایش می‌یابد
(۲) کاهش می‌یابد.
(۳) تغییر نمی‌کند
(۴) قابل پیش‌بینی نیست.

حل: از برابر بودن عدد سامرفلد در دو حالت به صورت زیر نتیجه می‌گیریم که حداقل فاصله‌ی شافت با دیواره تغییر نمی‌کند

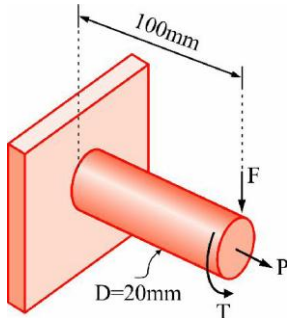
$$S_1 = \frac{\mu N}{P} \left(\frac{R}{C} \right)^2 \quad P = \frac{W}{LD} \quad S_2 = \frac{\mu(2N)}{(2P)} \left(\frac{R}{C} \right)^2 \quad \Rightarrow S_1 = S_2$$

گزینه‌ی ۳ صحیح می‌باشد.

C :

۸۸. بر اساس تئوری تسلیم واپیچشی، حداقل ضریب ایمنی برای قطعه‌ی زیر، چقدر است؟

$$S_y = 280MPa, D = 20mm, T = 30Nm, F = 0.55KN, P = 8.0KN$$



6.22 (۱)

2.77 (۲)

5.31 (۳)

1.84 (۴)

حل:

نظریه‌ی تسلیم انرژی واپیچشی برای مواد نرم به صورت رابطه‌ی زیر می‌باشد:

$$n \times \sqrt{\sigma_A^2 + 3\tau_A^2} = S_y$$

در بحرانی‌ترین نقطه (بالا‌ترین نقطه: A) داریم:

$$\sigma_A = \sigma_F + \sigma_P = \frac{Mc}{I} + \frac{P}{A} = \frac{100 \times 550 \times 10}{\frac{\pi 20^4}{64}} + \frac{8 \times 10^3}{\frac{\pi 20^2}{4}} = 95.5MPa$$

تنش ناشی از نیروی F در نیمه‌ی بالایی سطح مقطع کششی است بنابراین با تنش ناشی از از نیروی P در این نقطه که آن هم کششی است جمع می‌گردد.

$$\tau_A = \tau_T = \frac{Tr}{J} = \frac{30 \times 10^3 \times 10}{\frac{\pi 20^4}{32}} = 19MPa$$

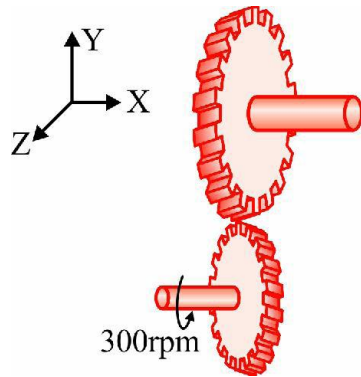
$$n_{von} = \frac{S_y}{\sqrt{\sigma_A^2 + 3\tau_A^2}} = \frac{280}{\sqrt{95.5^2 + 3 \times 19^2}} = 2.77$$

گزینه ۲ درست است

: C

www.dimgroupe.ir

۸۹. قدرت $(W) 50\pi$ مطابق شکل از طریق درگیری دو چرخنده‌ی مارپیچ با زاویه‌ی فشار نرمال $\Phi_n = 30^\circ$ درجه و زاویه‌ی مارپیچ $\varphi = 45^\circ$ درجه منتقل می‌شود. چرخنده‌ی راننده دارای قطر گامی 100mm است و با سرعت زاویه‌ای 300rpm(i) دوران می‌کند. نیروی محوری وارد بر چرخنده‌ی راننده چند نیوتن است؟



$$100\hat{i} \quad (1)$$

$$-100\hat{i} \quad (2)$$

$$\frac{100}{\sqrt{3}}\hat{i} \quad (3)$$

$$-\frac{100}{\sqrt{3}}\hat{i} \quad (4)$$

حل:

نکته: برای به دست آوردن گشتاور بر حسب نیوتن-متر، باید توان بر حسب وات را بر دور بر حسب رادیان بر ثانیه تقسیم کرد. بنابراین داریم:

$$T(Nm) = \frac{9550P(Kw)}{N(rpm)} = \frac{9550 \times 50 \times \pi \times 10^{-3}}{300} = 5Nm$$

$$T = F_t \frac{d}{2} \Rightarrow F_t = \frac{2T}{d} = \frac{2 \times 5 \times 10^3}{100} = 100N$$

این نیرو در جهت x - می‌باشد. $F_a = F_t \tan \varphi = 100 \tan 45 = 100N$

گزینه‌ی ۲ درست است.

: C

۹۰- در یاتاقان ژورنال، با افزایش ویسکوزیته‌ی روغن و ثابت نگه داشتن تمامی پارمترهای طراحی دیگر (بار، سرعت، لقی شعاعی، قطر شافت و طول یاتاقان)، فشار ماکزیمم چه تغییری می‌کند؟

(۲) بستگی به نوع روغن دارد

(۱) کاهش می‌یابد

(۴) افزایش می‌یابد

(۳) بستگی به نسبت L/D دارد

با افزایش ویسکوزیته‌ی روغن طبق رابطه‌ی $S = \frac{\mu N}{P} \left(\frac{R}{C}\right)^2$ عدد سامرفلد افزایش می‌یابد و در یک L/D به خصوص، P/P_{max} افزایش و بنابراین P_{max} کاهش می‌یابد.

گزینه‌ی ۱ درست است.

C :